

Aleksander KOZERA

Problem równoważnych modeli w geologicznej interpretacji danych grawimetrycznych

WSTĘP

Znaczenie poszukiwawcze badań grawimetrycznych po okresie pewnego kryzysu obecnie znów wzrasta. Sprzyjającą okolicznością jest tu z jednej strony wzbogacenie ich nową metodyką pomiarów, przystosowaną zarówno do celów górniczo-eksploatacyjnych, jak i do celów archeologicznych (Z. Fajklewicz, 1972, 1973), z drugiej strony — niska efektywność badań sejsmicznych w rozpoznawaniu budowy geologicznej utworów występujących na znacznych głębokościach. Tak na przykład, na obszarach północno-zachodniej Polski, mimo zastosowania wielu zabiegów technicznych i metodycznych (zapis magnetyczny, cyfrowy, wielokrotne pokrycie, grupowanie źródeł wzbudzania) nie zdołano dotychczas uzyskać informacji sejsmicznych (lub są one bardzo skąpe) o budowie geologicznej utworów występujących poniżej permskiego poziomu solnego. Dane grawimetryczne natomiast, jak wykazała dotychczasowa praktyka, w zestawieniu z danymi sejsmicznymi, geoelektrycznymi, magnetycznymi i geologicznymi dostarczają w wielu przypadkach informacji o budowie utworów, które sejsmicznie nie rejestrują się. Chociaż w wyniku badań grawimetrycznych uzyskuje się bardziej ogólne informacje geologiczne, stanowią jednak cenny i pożądany materiał poznawczy.

Główną przeszkodą szerokiego stosowania metody grawimetrycznej do badania budowy geologicznej oraz poszukiwań jest brak jednoznacznego rozwiązania odwrotnego zadania grawimetrycznego, polegającego na określeniu — na podstawie anomalii Δg — wartości parametrów źródła powodującego tę anomalię. Z teoretycznego punktu widzenia istnieje wiele różnych rozkładów mas, które wywołują identyczny lub bardzo zbliżony obraz anomalii Δg . Ponadto stwierdzono już wcześniej (Z. Fajklewicz, 1973; K. W. Gładki, 1967; P. Novikoff, 1938; L. W. Sorokin, 1956; W. N. Strachow, 1970b; O. A. Szwank, 1955; A. N. Tiknonov, 1943), że jeśli uwzględni się, że parametry określające wielkość, kształt i charakter ciała powodującego anomalię Δg przybierać mogą wartości tylko z określonych przedziałów, to przestrzeń wieloznacznych rozwiązań odwrotnych zadań grawimetrycznych szybko maleje. W pewnych, korzystnych przypadkach mogą to być nawet rozwiązania

jedynie, bardzo bliskie lub ściśle odpowiadające rzeczywistości geologicznej. Wcześniej ustalono również pewne prawidłowości, według których z rozwiązania odwrotnego zadania grawimetrycznego uzyskuje się wprawdzie ogólniejsze, lecz jednak bardziej jednoznaczne informacje o parametrach obiektu zaburzającego.

Większość opublikowanych dotychczas prac rozpatruje zagadnienia wieloznaczności w grawimetrii w świetle teorii potencjału *sensu stricto*. W niniejszym opracowaniu problem równoważnych modeli został przeanalizowany z praktycznego, geologicznego punktu widzenia. Do grupy wariantów wieloznacznych rozwiązań odwrotnych zadań grawimetrycznych, wynikających z teorii potencjału, należy bowiem włączyć rozwiązania, wynikające ze zdolności rozdzielczej metody grawimetrycznej i zdolności rozdzielczej wzroku interpretatora oraz z form i sposobu przedstawiania danych grawimetrycznych i wynikowych.

W opracowaniu stwierdzono, że dla każdej dowolnej głębokości h istnieje odpowiednio duża przestrzeń Q , w której wewnątrz znajdujące się ciało zaburzające o dowolnym kształcie odzwierciedla się w obrazie anomalii Δg jako prosta lub punkt materialny. Stwierdzenie to ma szczególnie doniosłe znaczenie dla interpretacji anomalii Δg metodą doboru modelu. Dwie krzywe Δg , będące oddźwiękiem dwu wyraźnie różniących się pod względem kształtu rozkładów mas zaburzających, mogą się różnić niedostrzegalnie o wielkości nieprzekraczające dokładności pomiaru. Rozwiązanie odwrotnego zadania da wówczas w obu przypadkach identyczne lub bardzo zbliżone wyniki. Dogłębna znajomość tych faktów może w wielu przypadkach ustrzec przed wyciąganiem z danych grawimetrycznych pochopnych wniosków geologicznych.

Wyniki uzyskiwane w procesie jakościowej interpretacji anomalii grawimetrycznych również nie są jednoznaczne. W zasadzie żadna ze znanych metod nie daje — w ogólnym przypadku — możliwości jednoznacznego wydzielenia z obrazu anomalii Δg efektów grawitacyjnych (anomalii lokalnych), będących oddźwiękiem pojedynczych, wyizolowanych źródeł (obiektów geologicznych). Zależnie od stopnia skomplikowania obrazu anomalii Δg i od słuszności dokonanych przez interpretatora wstępnych założeń, wydzielone anomalie odpowiadają mniej lub bardziej rzeczywistym anomaliami lokalnym. W procesie wydzielenia tych anomalii tworzą się dodatkowo tzw. anomalie fikcyjne (Z. Fajkiewicz, 1973) nie będące oddźwiękiem budowy geologicznej. Dla zaakcentowania powyższych faktów anomalie wydzielone różnymi metodami nazywa się rezydualnymi. W niniejszym artykule zagadnienie równoważnych modeli rozpatrzono w odniesieniu do anomalii ściśle wyizolowanych (lokalnych).

Pracę podjęto z myślą szerszego naświetlenia zagadnienia równoważnych modeli dla praktycznych celów geologicznych oraz — gdy okaże się możliwe — uchwycenia i ustalenia dalszych (nowych) prawidłowości dla interpretacji anomalii Δg . Różnice wartości między anomaliami Δg dla kilku par równoważnych modeli określono za pomocą metody opracowanej przez autora. Do wyznaczenia tych różnic w przypadkach bardziej ogólnych, tj. dla niejednorodnego rozkładu mas zastosowano programowanie nieliniowe (programowanie tego rodzaju zastosowano w geofizyce po raz pierwszy w kraju). Wyniki obliczeń prościej naświetliły zagadnienie modeli równoważnych oraz umożliwiły opracowanie nowej metody interpretacji anomalii Δg , bardziej jednoznacznej niż metody dotychczasowe.

*

Odwrotne zadanie grawimetryczne można przedstawić ogólnie w sposób następujący: znany jest na pewnej powierzchni S potencjał $V(x, y, z)$, natomiast należy

znaleźć wewnątrz tej powierzchni rozkład mas (m), powodujących ten potencjał.

Teoria potencjału dowodzi (twierdzenie Stokesa), że w takim przypadku jednoznacznie może być wyznaczona tylko ogólna masa ciała, znajdujących się wewnątrz powierzchni S , wg wzoru Gaussa

$$\int_s \frac{dV}{dn} dS = -4\pi Gm \quad [1]$$

gdzie: $\frac{dV}{dn}$ — pochodna V po prostopadłej do powierzchni S ; G — stała grawitacji.

Istotnie, analiza wzoru [2], określającego potencjał V

$$V(x, y, z) = G \int \int \int_z \frac{\rho(x, y, z)}{r} d\tau \quad [2]$$

wywołany przez dowolne ciało zaburzające wskazuje, że można zmieniać rozkład gęstości w tym ciele nie zmieniając jego potencjału w punkcie P_i znajdującym się na zewnątrz tego ciała. Stąd wniosek, że jeżeli ogólna masa ciała pozostaje ta sama, a jej rozkład zmienia się tak, że powierzchnia S pozostaje pozioma, to potencjał V na powierzchni S i na zewnątrz niej pozostaje bez zmian.

Najprostszym przykładem identyczności pola grawitacyjnego dla różnych rozkładów mas są powłoki kuliste, których masy są identyczne, a promienie różne. Innym tego przykładem mogą być powłoki współosiowych elipsoid lub poziome nieskończone warstwy. W tym ostatnim przypadku, bez względu na głębokość występowania tej samej warstwy, przyciąganie warstwy na powierzchni Ziemi jest równe $2\pi\rho G\Delta h$.

O. A. Szwanek (1955) przytacza przykład lepiej odpowiadający rzeczywistości geologicznej. Według tego badacza wyraźnie różne rozkłady mas powodują — praktycznie biorąc — identyczne anomalie Δg . W podsumowaniu autor ten stwierdza, m.in.: „... a więc nawet przy znanej wielkości nadwyżki gęstości zadanie określenia formy powierzchni rozdziału dwu ośrodków gęstościowych oraz określenie głębokości występowania tej powierzchni jednoznacznego rozwiązania praktycznie nie ma...” oraz „... Aby otrzymać jedno określone rozwiązanie trzeba założyć (wprowadzić) uzupełniające dane geologiczne...”. Bardzo pouczający jest również wynik obliczeń Burtona, na który powołuje się L. W. Sorokin (1956).

Zacytowane przykłady utwierdzają w przekonaniu, że odwrotne zadanie grawimetryczne jest na ogół niejednoznaczne. Jeśli jednak — jak już wspomniano — pozycyni się pewne założenia dotyczące charakteru ciała zaburzającego, to — jak wykazał P. Novikoff (1938) — ograniczą one w dużym stopniu wieloznaczność do rozsądnej ilości wariantów. W niektórych przypadkach odwrotne zadanie grawimetryczne może być nawet jednoznaczne (Z. Fajkiewicz, 1973), należy tylko przyjąć, że przestrzeń Q , którą wypełniają masy zaburzające, jest spójna, a gęstość mas stała. Na ogół założenia te odpowiadają warunkom geologicznym, gdyż z reguły mamy do czynienia z bryłami wypukłymi o względnie stałej gęstości. Dlatego też w wielu przypadkach rozwiązanie odwrotnego zadania grawimetrycznego mogą mniej lub bardziej odpowiadać rzeczywistości geologicznej.

Typowymi przykładami jednoznacznego rozwiązania odwrotnego zadania jest określenie głębokości środka geometrycznego ciała zaburzającego o kształcie kuli lub głębokości występowania osi walca poziomego. Jakkolwiek nie znaleziono

dotychczas ogólnej metody rozwiązania odwrotnego zadania grawimetrycznego, według której byłoby możliwe jednoznaczne wyznaczenie poszczególnych parametrów ciała zaburzającego, istnieją jednak metody częściowego lub całkowitego rozwiązania dla niektórych przypadków, zwłaszcza dla brył (ciał zaburzających) o prostych formach geometrycznych. Szczególnie efektywne są te metody, według których określa się maksymalną (graniczną) głębokość obiektu geologicznego, zaburzającego pole siły ciężkości (metody: Fishera, Botta i Smitha, Junka, Skeelsa oraz Hansa-Jürgena Dürbauma).

Wykorzystywane ostatnio w praktyce metody określania głębokości występowania stropowych części ciała zaburzającego opierają się najczęściej na założeniu stałej gęstości i ściśle określonego kształtu ciała. Polegają one na wyznaczeniu głębokości h od powierzchni Ziemi do najbliższego punktu osobliwego funkcji harmoniczej, opisującej obserwowany element pola grawitacyjnego. Dokładność tych wyznaczeń zależy od trafności wstępnych założeń, zwłaszcza odnośnie do kształtu ciała zaburzającego.

D. C. Skeels (1963) opublikował zasadę wyznaczania maksymalnych głębokości stropu i spągu ciała zaburzającego dla przyjętego z góry maksymalnego, a dopuszczalnego przez warunki geologiczne, kontrastu gęstościowego $\Delta\rho_{\max}$. Podstawę tych wyznaczeń stanowią nomogramy dla różnych wartości:

$$F = \frac{X_{3/4}}{X_{1/2}} \text{ i } M = \frac{\Delta g_{\max}}{X_{1/2} \cdot \Delta\rho_{\max}} \text{ jako funkcji } \frac{W}{D_2} \text{ i } \frac{D_1}{D_2},$$

$$\text{oraz } N = \frac{D_1}{X_{1/2}} \text{ jako funkcji } \frac{D_1}{D_2} \text{ i } \frac{W}{D_2},$$

gdzie: D_1 — głębokość do stropu poziomego nieskończonego prostopadłościanu o przekroju prostokątnym (dla ciał dwuwymiarowych) lub głębokość do stropu pionowego cylindra — prostopadłościanu (dla ciał trójwymiarowych); D_2 — głębokość do spągu poziomego nieskończonego prostopadłościanu o przekroju prostokątnym (dla ciał dwuwymiarowych) lub głębokość do spągu pionowego cylindra — prostopadłościanu (dla ciał trójwymiarowych); W — szerokość prostopadłościanu (dla ciał dwuwymiarowych) lub promień cylindra (dla ciał trójwymiarowych); $X_{1/2}$ — pozioma odległość od punktu, określającego maksimum wartości $\Delta g = \Delta g_{\max}$, do punktu, gdzie $\Delta g = 1/2 \Delta g_{\max}$; $X_{3/4}$ — pozioma odległość od punktu, określającego maksimum wartości $\Delta g = \Delta g_{\max}$, do punktu, gdzie $\Delta g = 3/4 \Delta g_{\max}$.

Krzywe dla wielkości F , M , i N dla pionowych cylindrów i poziomych prostopadłościanów występujących na różnych głębokościach zostały skonstruowane drogą wyznaczeń efektów grawitacyjnych (metoda Vening Meinesza). Brak matematycznego uzasadnienia dla podanych związków w artykule D. C. Skeelsa utrudnia zajęcie wyraźnego stanowiska odnośnie do efektywności tej metody. Uzyskane wyniki wskazują, że metoda ta jest przydatna dla ciał zaburzających, ograniczonych pionowymi i poziomymi powierzchniami. W innych przypadkach wyniki odbiegają od rzeczywistości.

Dla modelu przedstawionego na fig. 1 uzyskano następujące wyniki:

	Według metody D. C. Skeelsa	Według założonego modelu	Różnica w procentach
D_1	287 m	400 m	28
D_2	820 m	1200 m	32
W	221 m	100—2000 m	

Zasadniczą, kłopotliwą wadą tej metody jest konieczność określenia wartości ΔQ_{\max} .

W okresie ostatnich 10 lat rozwinęły się dwa nowe kierunki interpretacji anomalii grawimetrycznych, a mianowicie funkcjonalno-analityczny i statystyczny. Pierwszy z nich obejmuje problemy przybliżonego rozwiązania tzw. „nieokładnie postawionych zadań” (Z. Fajkiewicz, B. Cianciara, 1975; W. N. Strachow, 1962) Najbardziej typowe, należące do tego kierunku są zadania, oparte na formalizacji pojęcia źródeł pola jako punktów osobliwych¹, oraz metody przybliżonego rozwiązania zadania odwrotnego za pomocą transformacji pól — w szczególności metoda analitycznego przedłużenia i metody określania położenia w przestrzeni punktów osobliwych funkcji harmonicznnych i analitycznych, opisujących rozpatrywane anomalie Δg . W. N. Strachow (1970a) ustosunkowując się do tego kierunku interpretacji anomalii Δg stwierdza, że „... opublikowano wiele teoretycznych prac i w związku z tym,

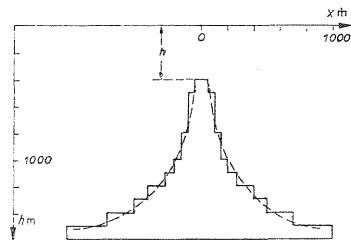


Fig. 1. Model ciała zaburzającego występującego na głębokości h

Model of disturbing body occurring at depth h

u wielu geofizyków wytworzyło się mniemanie, że koncepcje te w matematycznej postaci są opracowane dostatecznie wnikliwie. Jednak to mniemanie jest niewątpliwie błędne. Cały szereg podstawowych zagadnień, jak: przedłużenie analityczne w obszary ciał zaburzających o dowolnej formie, klasyfikacja osobliwości, związki punktów osobliwych z rozmieszczeniem źródeł i formą ciał zaburzających, stałość osobliwości, są rozpatrzone bardzo powierzchownie...”

Wypowiedź W. N. Strachowa wydaje się słuszna zwłaszcza w odniesieniu do punktów osobliwych, związanych z nieciągłościami powierzchni, ograniczających obiekt geologiczny (naroża, wierzchołki). Jeśli nawet kształt obiektu geologicznego odzwierciedla się w obrazie anomalii Δg , to dokładność odzwierciedlenia jest w poszczególnych przypadkach bardzo różna. W związku z tym określone na podstawie anomalii Δg położenia punktów osobliwych, ograniczających obiekt zaburzający, związane z nieciągłościami powierzchni, są w stosunku do położen tych nieciągłości również różne, często daleko odbiegające od rzeczywistości.

Bliższe określenie charakteru ciała zaburzającego, tj. jego wielkości, kształtu i gęstości dokonuje się obecnie najczęściej drogą „doboru modelu”. Stało się to możliwe dzięki rozwojowi elektronicznej techniki obliczeniowej i coraz to lepszemu rozpoznaniu budowy geologicznej i fizycznych własności skał.

¹ Punkty osobliwe związane są z geometrią obiektu geologicznego powodującego anomalie Δg i mogą je stanowić środki mas lub punkty nieciągłości powierzchni ograniczające ten obiekt, jak np. naroża, wierzchołki. Określenie położenia punktów osobliwych w przestrzeni pozwala ustalić głębokość występowania obiektu geologicznego, a w korzystnym przypadku również jego ogólny kształt. Ponadto znajomość położenia w przestrzeni chociażby jednego punktu osobliwego stwarza korzystne warunki do interpretacji anomalii Δg drogą doboru modelu.

ANALIZA WARTOŚCIOWYCH RÓŻNIC ANOMALII Δg MODELI RÓWNOWAŻNYCH

WSTĘPNA OCENA DOKŁADNOŚCI ROZPOZNANIA OBRAZU ANOMALII Δg ZA PO- MOCĄ POMIARÓW POŁOWYCH

Z zagadnieniem równoważnych modeli w geologicznej interpretacji anomalii grawimetrycznych wiąże się dokładność rozpoznawania na powierzchni Ziemi obrazu tych anomalii. Mało różniące się na pozór obrazy anomalii Δg mogą odpowiadać wyraźnie różnym rozkładom mas zaburzających. Rozwiązując zatem odwrotne zadanie grawimetryczne na podstawie niedokładnie rozpoznanego obrazu anomalii Δg , można uzyskać wynik daleko odbiegający od rzeczywistości geologicznej. Stąd wydaje się celowe rozpatrzenie tego zagadnienia, chociażby w bardzo ogólnym zarysie.

Dotychczasowa technika rozpoznawania obrazu anomalii Δg polega na dokonywaniu pomiaru tylko w określonych punktach na powierzchni Ziemi (obraz znany jest w dyskretnej liczbie punktów). W wyniku tego uzyskuje się zwykle przybliżony obraz wartości anomalii Δg . Stopień przybliżeń zależy głównie od dokładności (czułości) grawimetrów. Obecnie uzyskiwana dokładność pomiaru wynosi ok. 0,05 mGal, co powoduje nieznaczne i mało istotne zniekształcenia obrazu anomalii w stosunku do zniekształceń wynikających z interpolacji wartości tych anomalii między punktami, rzadkiej z reguły sieci pomiarowej.

Aby na podstawie pomiarów dokonanych w ustalonych punktach można było określić z żadaną dokładnością wartości mierzonej wielkości w punktach pośrednich, muszą być spełnione — zgodnie z teorią informacji i aproksymacji — pewne warunki, dotyczące ilości pomiarów i sposobu rozmieszczenia punktów pomiarowych. W praktyce w badaniach grawimetrycznych warunków tych z reguły nie spełnia się i z tego względu, odtworzone na podstawie wyników pomiarów połowych, obrazy anomalii Δg mniej lub bardziej odbiegają od obrazów rzeczywistych.

Rozprzestrzenienie anomalii Δg w płaszczyźnie poziomej zależy od wielkości masy i kształtu ciała zaburzającego oraz od głębokości jego występowania. Posługując się anomaliami unormowanymi $\Delta g = \frac{\Delta g_i}{\Delta g_{\max}}$ uniezależnia się w pewnym sensie rozprzestrzenienie tych anomalii od wielkości masy zaburzającej. Łatwo można wykazać, że ciała zaburzające o kształcie kuli (punkt materialny) powodują na powierzchni Ziemi anomalie Δg o najmniejszym rozprzestrzenieniu w płaszczyźnie poziomej. O wzajemnej odległości stanowisk pomiarowych w terenie decydują więc przede wszystkim te zaburzające obiekty geologiczne, których kształt zbliżony jest do kuli. Zatem gęstość punktów pomiarowych musi być dostosowana do tych właśnie form geologicznych.

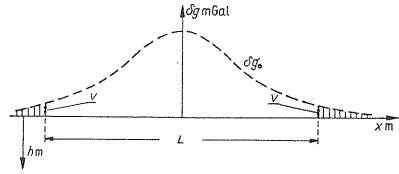
Przyjmując za podstawę powyższe stwierdzenia można określić minimalną ilość punktów pomiarowych, przypadającą na odcinek L przekroju anomalii w zależności od głębokości występowania kuli (fig. 2). Odcinek L nie musi oczywiście obejmować tych części anomalii Δg , których wartości nie przekraczają z góry przyjętej małej wartości v , będącej, na przykład, miarą dokładności pomiaru Δg w terenie (fig. 2).

Anomalia dla kuli wyraża się wzorem:

$$\delta g = Gm \frac{h}{(x^2 + h^2)^{3/2}} \quad [3]$$

Fig. 2. Rozkład wartości anomalii δg , stanowiących oddźwięk kuli

Distribution of values of anomaly δg , reflecting the occurrence of sphere



zaś anomalia unormowana:

$$\delta \hat{g} = \frac{\delta g}{\delta g_{\max}} = \frac{h^3}{(x^2 + h^2)^{3/2}} \quad [4]$$

Ze wzorów [3] i [4] znajduje się wielkość

$$x = h \sqrt{\frac{1}{(\sqrt[3]{\delta \hat{g}})^2} - 1} \quad [5]$$

Wstawiając do wzoru [5] w miejsce $\delta \hat{g}$ wielkość v , znajduje się wartość odcinka L :

$$x = \frac{1}{2} L = h \sqrt{\frac{1}{(\sqrt[3]{v})^2} - 1} \quad [6]$$

lub

$$\frac{\frac{1}{2} L}{h} = \text{tga} = \sqrt{\frac{1}{(\sqrt[3]{v})^2} - 1} \quad [7]$$

Minimalna ilość punktów pomiarowych, jaka przypadnie na odcinek L w zależności od głębokości występowania kulistego ciała zaburzającego — jeśli wzajemna odległość między tymi punktami wynosi l — wyrazi się zatem wzorem:

$$i = \frac{L}{l} = \frac{2 \sqrt{\frac{1}{(\sqrt[3]{\delta \hat{g}})^2} - 1}}{a} \quad [8]$$

gdzie: $a = \frac{l}{h}$.

Na podstawie danych ujętych w tab. 1 ogólnie można stwierdzić, że jeśli wzajemna odległość między punktami pomiarowymi jest większa od głębokości występowania ciała zaburzającego, to ilość tych punktów na obszarze występowania anomalii Δg jest nie wystarczająca do odtworzenia rzeczywistego obrazu tej anomalii z dokładnością pożądaną przy interpretacji ilościowej.

Istotnym zagadnieniem jest możliwość aproksymacji pomierzonego — mało dokładnie — obrazu anomalii Δg metodami matematycznymi oraz dokładność tej aproksymacji w zależności od rozmieszczenia i gęstości punktów pomiarowych. Zagadnienie to odbiega jednak od tematu pracy i nie będzie tu szerzej rozpatrywane

Zagadnienie równoważnych modeli w geologicznej interpretacji anomalii grawi-

Tabela 1

Obliczenia dla wzoru [8]

h w m	l	ν	i
200			1,10
500			2,71
1000			5,41
1500	700 m	0,1 Δg_{\max}	8,20
2000			10,89
4000			21,79
5000			27,21
6000			32,80

metrycznych można podzielić — dla wygody — na dwie zasadnicze grupy w zależności od tego czy zachodzi równoważność pierwszego rodzaju (współrzędne środków ciężkości modeli równoważnych mają wartości identyczne lub bardzo zbliżone), czy też równoważność drugiego rodzaju (współrzędne środków ciężkości modeli równoważnych mają wyraźnie różne wartości).

Rozpatrując te dwa rodzaje równoważności posłużono się modelami o formach prostych, lecz tak dobranych w pary równoważne (krańcowo różne kształty), że stanowiły przykłady ilustrujące w zagadnieniu modeli równoważnych najbardziej istotne sprawy.

W pierwszej kolejności należy zająć się wyznaczeniem dla porównywanych modeli równoważnych różnic wartości między odpowiadającymi tym modelom anomaliami δg .

RÓWNOWAŻNOŚĆ PIERWSZEGO RODZAJU

POZIOMA PROSTA MATERIALNA I POZIOMA WARSTWA MATERIALNA

Anomalie δg dla poziomej warstwy materialnej i poziomej prostej materialnej wyrażają się wzorami:

$$\delta g_- = 2G\rho_p \left(\operatorname{arctg} \frac{l-x}{h} + \operatorname{arctg} \frac{l+x}{h} \right) \quad [9]$$

$$\delta g_0 = 2G\rho_l \frac{h}{x^2 + h^2} \quad [10]$$

zaś anomalie unormowane:

$$\delta \hat{g}_- = \frac{\delta g_-}{\delta g_{-\max}} = \frac{\operatorname{arctg} \left(a - \frac{x}{h} \right) + \operatorname{arctg} \left(a + \frac{x}{h} \right)}{2 \operatorname{arctg} a} \quad [11]$$

$$\delta \hat{g}_0 = \frac{\delta g_0}{\delta g_{0max}} = \frac{h^2}{x^2 + h^2} \quad [12]$$

$$a = \frac{l}{h}$$

Różnica wartości tych anomalii: $\delta \hat{g} = \delta \hat{g}_- - \delta \hat{g}_0$ w dowolnym punkcie osi x może być wyznaczona z następującej przybliżonej zależności (fig. 3):

$$\frac{\delta \hat{g}}{\delta \hat{g}_0} \approx \frac{\Delta x}{\Delta x_0} \quad [13]$$

gdzie: $\Delta x_0 = x_{0(i+1)} - x_{0(i)}$; $\Delta x = x_{-(i)} - x_{0(i)}$; $\delta \hat{g}_0$ - różnica wartości anomalii prostej poziomej w punktach $x_{0(i)}$ i $x_{0(i+1)}$.

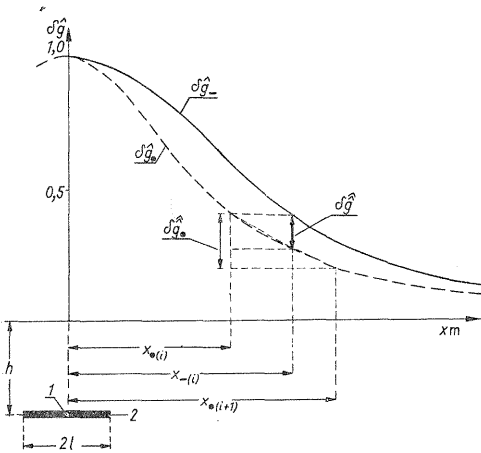


Fig 3

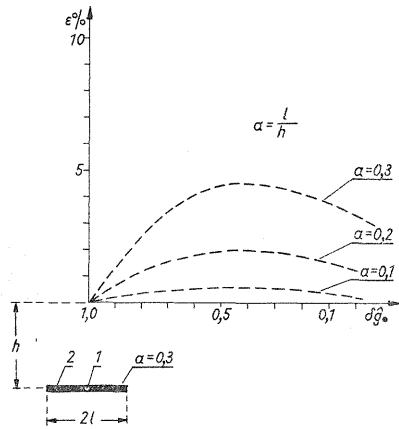


Fig 4

Fig. 3. Rozkłady wartości anomalii unormowanych, stanowiących oddziaływanie poziomej prostej materialnej ($\delta \hat{g}_0$) i poziomej nieskończonej warstwy materialnej ($\delta \hat{g}_-$)

Distributions of values of normalized anomalies reflecting horizontal material line ($\delta \hat{g}_0$) and horizontal infinite material layer ($\delta \hat{g}_-$)

1 - prosta materialna; 2 - warstwa materialna; $\delta \hat{g}$ - odchylenie
 1 - material line; 2 - material layer; $\delta \hat{g}$ - deviation

Fig. 4. Rozkłady wartości odchyleń $\delta \hat{g}$ wyrażone w procentach (wg wzoru [17]) dla poziomej prostej materialnej i poziomej nieskończonej warstwy materialnej dla różnych wartości parametru a

Distributions of values of deviations $\delta \hat{g}$ in percents (according to formula [17]) for horizontal material line and horizontal infinite material layer for different values of parameter a

Objaśnienia jak na fig. 3
 Explanations as in Fig. 3

Dla odpowiednio małego Δx_0 można napisać:

$$\delta \hat{g} = \delta \hat{g}_0 \frac{\Delta x}{\Delta x_0} \quad [14]$$

Odległości od punktu, gdzie anomalie unormowane mają wartość maksymalną równą 1, do punktu, gdzie uzyskują one wartość z góry założoną - $\delta \hat{g}_i$ - mniejszą od 1 (fig. 3), określa się w przypadku poziomej prostej materialnej ze wzoru [15], a w przypadku poziomej warstwy materialnej ze wzoru [16]:

$$x_0 = h \sqrt{\frac{1 - \delta \hat{g}_0}{\delta \hat{g}_0}} \quad [15]$$

$$x = h \sqrt{\frac{2a}{\operatorname{tg}[2\delta \hat{g}_0 - \operatorname{arctg} a]} + a^2 - 1} \quad [16]$$

gdzie: $a = \frac{l}{h}$.

Dla odpowiednio małego a będzie zachodzić nierówność $x_0 \leq x_- < x_0 + \Delta x_0$. Korzystając ze wzorów [14], [15] i [16] oraz zważywszy, że $\delta \hat{g}_{-(x_i)} = \delta \hat{g}_{0(x_i)}$ wartości odchylenia $\delta \hat{g}$ można wyznaczyć za pomocą wzoru:

$$\delta \hat{g} = \delta \hat{g}_0 \left(\frac{\sqrt{\frac{2a}{\operatorname{tg}[2\delta \hat{g}_0 - \operatorname{arctg} a]} + a^2 - 1} - \sqrt{\frac{1 - \delta \hat{g}_0}{\delta \hat{g}_0}}}{\sqrt{\frac{1 - (\delta \hat{g}_0 - \delta \hat{g}_0)}{\delta \hat{g}_0 - \delta \hat{g}_0}} - \sqrt{\frac{1 - \delta \hat{g}_0}{\delta \hat{g}_0}}} \right) \quad [17]$$

lub krócej:

$$\delta \hat{g} = \delta \hat{g}_0 A \quad [18]$$

gdzie:

$$A = \frac{\sqrt{\frac{2a}{\operatorname{tg}[2\delta \hat{g}_0 - \operatorname{arctg} a]} + a^2 - 1} - \sqrt{\frac{1 - \delta \hat{g}_0}{\delta \hat{g}_0}}}{\sqrt{\frac{1 - (\delta \hat{g}_0 - \delta \hat{g}_0)}{\delta \hat{g}_0 - \delta \hat{g}_0}} - \sqrt{\frac{1 - \delta \hat{g}_0}{\delta \hat{g}_0}}} \quad [19]$$

Wyrażając $\delta \hat{g}$ w procentach w stosunku do wielkości $\delta \hat{g}_0$ w punkcie $x_{-(i)}$ (fig. 3 4) otrzyma się:

$$\varepsilon = \frac{\delta \hat{g}}{\delta \hat{g}_0 - \delta \hat{g}} \cdot 100 = \frac{\hat{g}_0 A}{\delta \hat{g}_0 - \delta \hat{g}_0 A} \% \quad [20]$$

Dla małej wartości a wyrażenie $\operatorname{tg}[2\delta \hat{g}_0 - \operatorname{arctg} a] \approx 2\delta \hat{g}_0 a$. Z podanych wyżej wzorów można określić wartość a , dla której odchylenie $\delta \hat{g}$ będzie mniejsze lub co najwyżej równe przyjętej z góry wartości ε . Wartość ta może oznaczać na przykład dokładność pomiaru Δg .

$$a = \sqrt{\left[\frac{\delta \hat{g}}{\delta \hat{g}_0} \left[\sqrt{\frac{1 - (\delta \hat{g}_0 - \delta \hat{g}_0)}{\delta \hat{g}_0 - \delta \hat{g}_0}} - \sqrt{\frac{1 - \delta \hat{g}_0}{\delta \hat{g}_0}} \right] + \sqrt{\frac{1 - \delta \hat{g}_0}{\delta \hat{g}_0}} \right]^2 + 1 - \frac{1}{\delta \hat{g}_0}} \quad [21]$$

lub

$$a = \sqrt{\left\{ \frac{\frac{\varepsilon}{100} \cdot \delta \hat{g}_0}{\left(1 + \frac{\varepsilon}{100}\right) \delta \hat{g}_0} \left[\sqrt{\frac{1 - (\delta \hat{g}_0 - \delta \hat{g}_0)}{\delta \hat{g}_0 - \delta \hat{g}_0}} - \sqrt{\frac{1 - \delta \hat{g}_0}{\delta \hat{g}_0}} \right] + \sqrt{\frac{1 - \delta \hat{g}_0}{\delta \hat{g}_0}} \right\}^2 + 1 - \frac{1}{\delta \hat{g}_0}} \quad [22]$$

Traktując parametr ε jako wielkość określającą sumaryczną zdolność rozdzielczą, za pomocą wzoru [22] można wyznaczyć dla dowolnej głębokości h taką szerokość (2l) warstwy materialnej, aby jej anomalia była — praktycznie biorąc — identyczna z anomalią prostej materialnej, występującej na tej samej głębokości.

POZIOMA PROSTA MATERIALNA I PIONOWA WARSTWA MATERIALNA

Anomalia δg dla pionowej nieskończonej warstwy materialnej (fig. 5A) wyraża się wzorem:

$$\delta g_1 = 2G\mu \ln \frac{x^2 + h_2^2}{x^2 + h_1^2} \quad [23]$$

gdzie: μ — gęstość powierzchniowa tej warstwy.

Oznaczając $\frac{h_2}{h_1} = b$ i normując tę anomalię, otrzymuje się dwa przypadki:

I. Prosta materialna mieści się na górnej krawędzi warstwy materialnej (fig. 5A).

$$x_1 = h_1 \sqrt{\frac{b^2 - b^{2\delta \hat{g}_1}}{b^{2\delta \hat{g}_1} - 1}} \quad [24]$$

$$x_0 = h_1 \sqrt{\frac{1 - \delta \hat{g}_0}{\delta \hat{g}_0}} \quad [25]$$

W celu wykorzystania zależności [14] do określenia odchylenia $\delta \hat{g}$ musi być spełniony następujący warunek:

$$\sqrt{\frac{b^2 - b^{2\delta \hat{g}_1}}{b^{2\delta \hat{g}_1} - 1}} < \sqrt{\frac{1 - (\delta \hat{g}_0 - \delta \hat{g}_0)}{\delta \hat{g}_0 - \delta \hat{g}_0}} \quad [26]$$

Określając z tej nierówności parametr b uproszczoną metodą Newtona otrzymuje się:

$$\begin{aligned}
 b_0 &= 1 \\
 b_1 &= \frac{\delta \hat{g}_0 [1 - (\delta \hat{g}_0 - \delta \hat{g}_0)]}{(1 - \delta \hat{g}_0)(\delta \hat{g}_0 - \delta \hat{g}_0)} \\
 &\vdots \\
 b_{n+1} &= b_n + \frac{(b_n^{2\delta \hat{g}_1} - 1)[(b_n^{2\delta \hat{g}_1} - 1) + (1 - b_n^2)(1 - \delta \hat{g}_0)]}{2b_n(\delta \hat{g}_0 - \delta \hat{g}_0)[b_n^{2\delta \hat{g}_1} - 1 + \delta \hat{g}_0(1 - b_n^2)b_n^{2\delta \hat{g}_1 - 2]}
 \end{aligned}
 \tag{27}$$

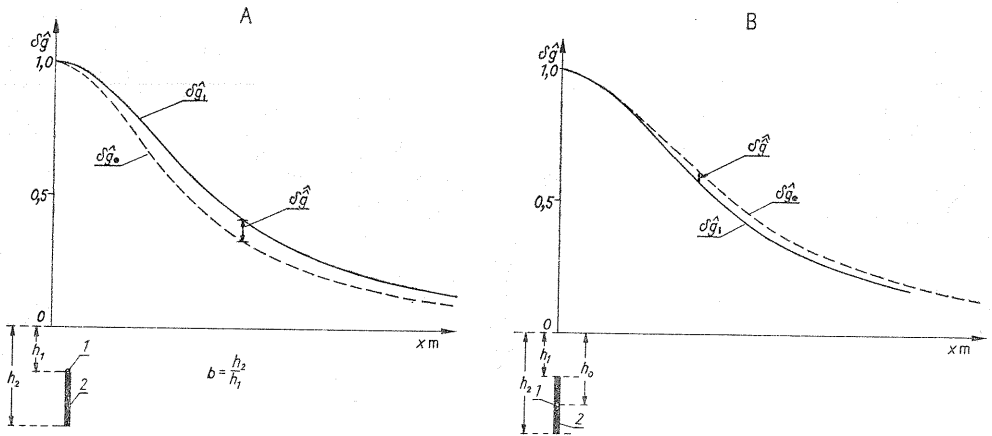


Fig. 5. Rozkłady wartości anomalii unormowanych, stanowiących oddziały poziomej prostej materialnej ($\delta \hat{g}_0$) i pionowej półnieskończonej warstwy materialnej ($\delta \hat{g}_1$) dla przypadku: A — prosta materialna mieści się na górnej krawędzi warstwy materialnej, B — prosta materialna mieści się w środku warstwy materialnej

Distributions of values of normalized anomalies reflecting horizontal material line ($\delta \hat{g}_0$) and vertical semiinfinite material layer ($\delta \hat{g}_1$) for the case: A — material line is situated at upper margin of material layer; B — material line is situated in the middle of material layer

Objaśnienia jak na fig. 3

Explanations as in Fig. 3

Jeśli nierówność [26] jest spełniona, to odchylenie $\delta \hat{g}$ w dowolnym punkcie x wyraża się wzorem:

$$\delta \hat{g} = \delta \hat{g}_0 \left\{ \frac{\sqrt{\frac{b^2 - b^{2\delta \hat{g}_0}}{b^{2\delta \hat{g}_0} - 1}} - \sqrt{\frac{1 - \delta \hat{g}_0}{\delta \hat{g}_0}}}{\sqrt{\frac{1 - (\delta \hat{g}_0 - \delta \hat{g}_0)}{\delta \hat{g}_0 - \delta \hat{g}_0}} - \sqrt{\frac{1 - \delta \hat{g}_0}{\delta \hat{g}_0}}} \right\}
 \tag{28}$$

II. Prosta materialna mieści się w środku warstwy materialnej (fig. 5B).

Odchylenie $\delta\hat{g}$ dla tego przypadku wyraża się wzorem:

$$\delta\hat{g} = \delta\hat{g}_0 \left\{ \frac{\sqrt{\frac{1-\delta\hat{g}_0}{\delta\hat{g}_0}} - \frac{2}{1+b} \sqrt{\frac{b^2 - b^{2\delta\hat{g}_0}}{b^{2\delta\hat{g}_0} - 1}}}{\sqrt{\frac{1-\delta\hat{g}_0}{\delta\hat{g}_0}} - \sqrt{\frac{1-(\delta\hat{g}_0 + \delta\hat{g}_0)}{\delta\hat{g}_0 + \delta\hat{g}_0}}} \right\} \quad [29]$$

gdzie: $b = \frac{h_2}{h_1}$.

$$\frac{h_1}{h_0} = \frac{2}{1+b} \quad [30]$$

Przebieg wartości odchyień $\delta\hat{g}$ dla różnych wartości parametru b przedstawia dla przypadku I fig. 6A, B, dla przypadku II zaś fig. 7A, B. Można zauważyć, że dla tej samej wartości parametru b odchylenia $\delta\hat{g}$ w przypadku II są wyraźnie mniejsze od odchyień w przypadku I. Umieszczenie prostej materialnej nieco powyżej środka geometrycznego warstwy spowodowałoby przypuszczalnie dalsze zmniejszenie wartości odchyień $\delta\hat{g}$. Znalazienie optymalnego położenia prostej w stosunku do warstwy

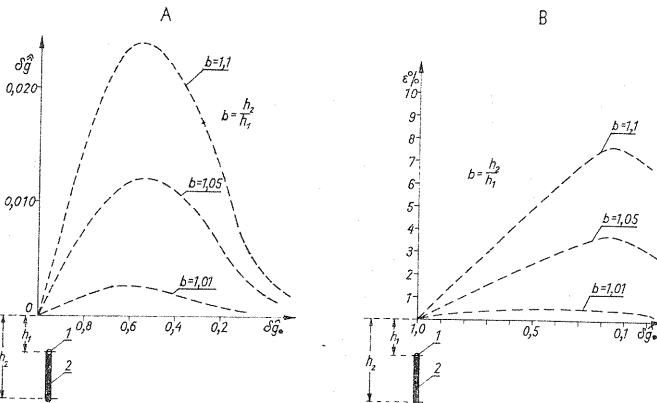


Fig. 6. Rozkłady wartości odchyień $\delta\hat{g}$ (wg wzoru [28]) dla poziomej prostej materialnej mieszczącej się na górnej krawędzi warstwy materialnej dla różnych wartości parametru b wyrażone: A — w jednostkach niemianowanych; B — w procentach

Distributions of values of deviations $\delta\hat{g}$ (according to formula [28]) for horizontal material line situated at upper margin of material layer for different values of parameter b expressed: A — in abstract numbers; B — in percents

Objaśnienia jak na fig. 3

Explanations as in Fig. 3

materialnej (gdy odchylenie $\delta\hat{g}$ byłoby najmniejsze) jakkolwiek jest możliwe, to jednak poszukiwanie jego nie wydaje się konieczne z uwagi na złożoność obliczeń i małą przydatność praktyczną uzyskanych wyników.

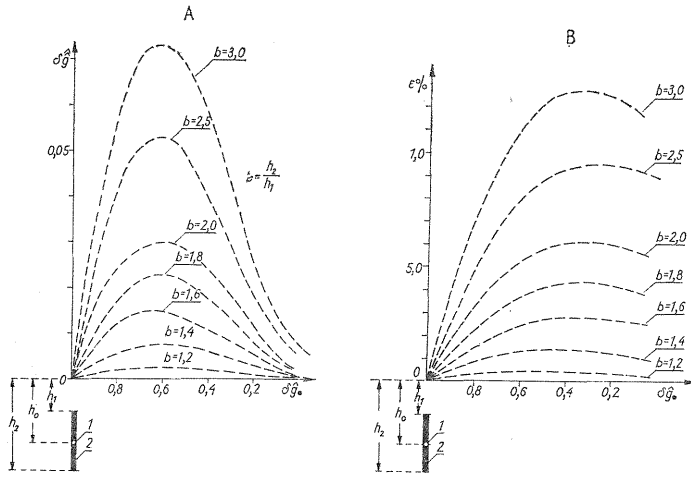


Fig. 7. Rozkłady wartości odchyień $\hat{\Delta g}$ (wg wzoru [29]) dla poziomej prostej materialnej mieszczącej się w środku warstwy materialnej dla różnych wartości parametru b wyrażone: A — w jednostkach niemianowanych, B — w procentach

Distributions of values of deviations $\hat{\Delta g}$ (according to formula [29]) for horizontal material line situated in the middle of material layer for different values of parameter b expressed: A — in abstract numbers, B — in percents

Objaśnienia jak na fig. 3
Explanations as in Fig. 3

PUNKT MATERIALNY (KULA) I PIONOWA PROSTA MATERIALNA

Dla tej równoważnej pary ciał zaburzających nie udało się autorowi znaleźć wzorów matematycznych dla określenia odchylenia $\hat{\Delta g}_1$ prostej materialnej i anomalii $\hat{\Delta g}_1$ punktu materialnego. Dla ogólnej orientacji i oceny zachodzących równoważności $\hat{\Delta g}$ określono drogą pośrednią. Wyznaczono więc anomalie $\hat{\Delta g}_1$ dla pionowej prostej materialnej, dla różnych wartości parametru $K = \frac{h_2 - h_1}{h_0}$ i porównano je z anomaliami $\hat{\Delta g}$, będącymi odzwierciedleniem punktu materialnego, umieszczonego w środku geometrycznym prostej materialnej (fig. 8A). Rozkład uzyskanych w ten sposób wartości odchyień $\hat{\Delta g}$ wzdłuż przekroju przechodzącego przez ekstremum anomalii ilustrują krzywe na fig. 8A, B. Wyznaczone w podobny sposób wartości odchyień $\hat{\Delta g}$ dla pary równoważnej — pozioma prosta i poziomy prostopadłościan — ilustruje fig. 9.

Rozpatrzone tu charakterystyczne przykłady modeli równoważnych, chociażby z praktycznego punktu widzenia, mogą stanowić podstawę do oceny równoważności w ogólnych przypadkach. Posługując się mianowicie wyprowadzonymi tu zależnościami i wzorami oraz zakładając, że sumaryczna zdolność rozdzielcza metody grawimetrycznej wynosi ϵ , można łatwo wyznaczyć dla każdej dowolnej głębokości h przestrzeń Q_h (fig. 10). Ciało zaburzające o dowolnym kształcie, znajdujące się w jej wnętrzu, powoduje na powierzchni Ziemi anomalie Δg , która dla dwuwymiarowego przypadku będzie, praktycznie biorąc, równa anomalii wywołanej poziomą prostą

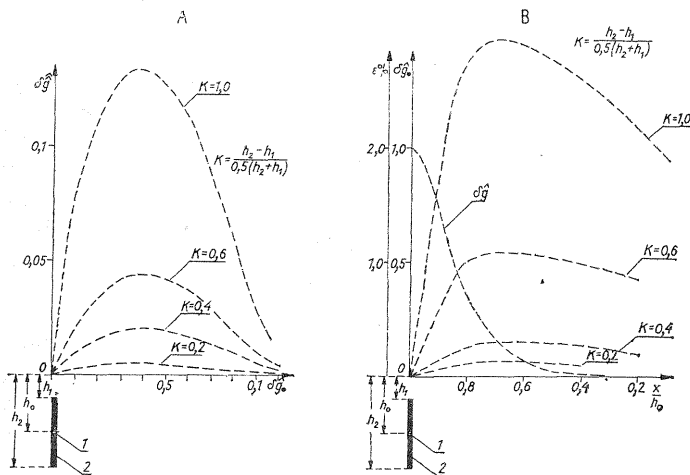


Fig. 8. Rozkłady wartości odchyień $\hat{\delta g}$ dla pionowej prostej materialnej (δg_1) i kuli (δg) dla różnych wartości parametru K wyrażone: A — w jednostkach niemianowanych, B — w procentach
 Distributions of values of deviations $\hat{\delta g}$ for vertical material line (δg_1) and sphere (δg) for different values of parameter K expressed: A — in abstract numbers, B — in percents

- 1 — punkt materialny (kula); 2 — prosta materialna
- 1 — material point (sphere); 2 — material line

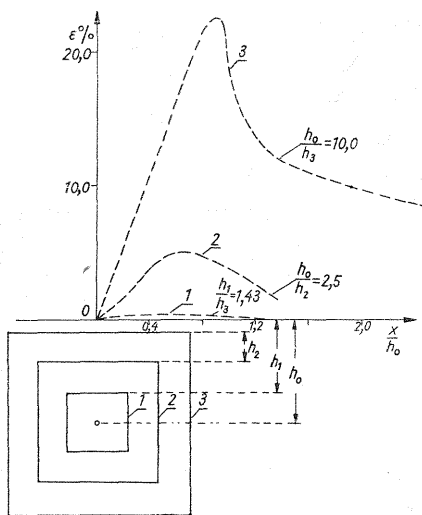


Fig. 9. Rozkłady wartości odchyień $\hat{\delta g}$, wyrażone w procentach, dla poziomej prostej materialnej i poziomych nieskończonych prostopadłościów 1, 2, 3
 Distributions of values of deviations $\hat{\delta g}$, (in percents) for horizontal material line and horizontal infinite cuboids 1, 2, 3

materialną (walcem), występującą w przestrzeni Q_h . Dla każdej głębokości h istnieje odpowiednio duża przestrzeń Q_h , z której wnętrza ciała zaburzające o dowolnych kształtach są rejestrowane w obrazie anomalii Δg jako ciała bezkształtne (punkt materialny, prosta materialna). Rozmiary tej przestrzeni można określić w sposób następujący.

Ciała dwuwymiarowe

a — rozmiar poziomy obliczamy ze wzoru:

$$2l = 2ha \quad [31]$$

gdzie: $a = \frac{l}{h}$ można określić ze wzoru [22] lub oszacować z krzywych na fig. 4;

b — rozmiar pionowy obliczamy ze wzoru:

$$h_2 - h_1 = \Delta h = 2h \frac{4h}{b + 1} \quad [32]$$

gdzie: $b = \frac{h_2}{h_1}$ i $h = \frac{h_2 + h_1}{2}$.

Parametr b można wyznaczyć ze wzoru [28] lub [29] albo też oszacować z krzywych na fig. 7A.

Ciała trójwymiarowe

Poziomy rozmiar obszaru Q_h jest bardzo zbliżony do rozmiaru pionowego, dlatego też można posłużyć się — dla wygody — obszarem Q_h o kształcie kuli. Średnica tej kuli (d) w zależności od h wynosi:

$$d = h_2 - h_1 = hK \quad [33]$$

gdzie K można odczytać z fig. 8A dla założonego z góry $\delta\hat{g}$.

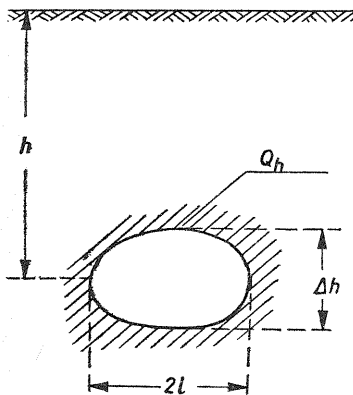


Fig. 10. Przykład przestrzeni Q_h
An example of space Q_h

Dalsze wnioski, wynikające z przeprowadzonej dotychczas analizy wieloznacznych modeli, zostaną przedstawione po omówieniu przypadku, w którym współrzędne środków ciężkości modeli równoważnych mają wyraźnie różne wartości.

RÓWNOWAŻNOŚĆ DRUGIEGO RODZAJU

KONCENTRACJA I DEKONCENTRACJA MAS

Stwierdzano niejednokrotnie (R. Resnick, D. Halliday, 1973), że jeżeli masę prostej materialnej przemieści się na poziomą, nieskończoną powłokę walcową, której oś stanowi prosta materialna, to potencjał grawitacyjny na zewnątrz tej

powłoki jest równy potencjałowi prostej materialnej. Jak już wykazano, dla każdej głębokości h istnieje odpowiednio duża przestrzeń Q_h , z której wnętrza dwuwymiarowe ciało zaburzające o dowolnym kształcie przekroju poprzecznego rejestruje się w obrazie anomalii grawimetrycznych jako ciało bezkształtne (prosta materialna, punkt materialny). Koncentrując zatem masy poszczególnych wycinków powłoki walcowej W_0 (fig. 11), które zawierają obszary Q_h , na proste materialne, np:

$$\frac{l_1 - W_0}{A/6}; \frac{l_2 - W_0}{A/6}; \dots; \frac{l_6 - W_0}{A/6}$$

(na fig. 11, 12 oznaczone Δ) uzyska się kolejny, nowy rozkład mas zaburzających. Ich sumaryczny efekt grawitacyjny jest — praktycznie biorąc — równy efektowi grawitacyjnemu powłoki walcowej, a tym samym efektowi prostej materialnej A (fig. 11). Każda prosta materialna

$$\frac{l_1 - W_0}{A/6}; \dots; \frac{l_6 - W_0}{A/6}$$

być może znów zastąpiona powłoką walcową ($W_{01}, W_{02}, \dots, W_{06}$), a tę z kolei można zastąpić odpowiednią ilością prostych materialnych (fig. 11, 12).

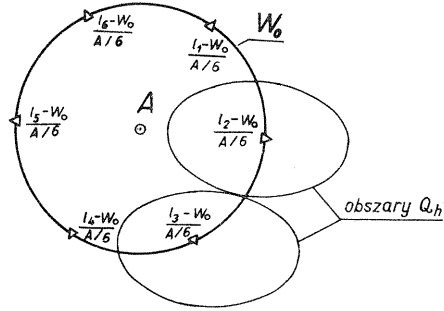


Fig. 11. Przemieszczenie w przestrzeni masy poziomej prostej materialnej A na powłokę materialną W_0 i na poziome proste materialne:

$$\frac{l_1 - W_0}{A/6}; \dots; \frac{l_6 - W_0}{A/6}$$

Translocations in space of the mass of horizontal material line A on material envelope W_0 and horizontal material lines:

$$\frac{l_1 - W_0}{A/6}; \dots; \frac{l_6 - W_0}{A/6}$$

Prowadząc w ten sposób proces dekoncentracji mas — z prostych materialnych na powłokę walcową — i proces koncentracji mas — z wycinków powłok na proste materialne — można uzyskać wiele różnych rozkładów mas, które będą powodować na powierzchni Ziemi — praktycznie biorąc — identyczne anomalie Δg .

Graficznym odzwierciedleniem tych procesów jest fig. 12, którą należy czytać w następujący sposób: suma mas stanowiących proste materialne $\frac{l_1 - W_0}{A/6}; \dots;$

$\frac{l_6 - W_0}{A/6}$ jest równa masie prostej materialnej A ; suma mas stanowiących proste materialne $\frac{l_1 - W_0 - 1}{A/48}; \dots; \frac{l_8 - W_0 - 1}{A/48}$ jest równa masie prostej materialnej $\frac{l_1 - W_0}{A/6}$, a masa pojedynczej prostej $\frac{l_i - W_0 - 1}{A/48}$ jest równa 1/48 masy prostej materialnej A ; suma mas, stanowiących proste materialne $\frac{l_1 - W_0 - 1 - 2 - 12}{A/6912}; \dots;$

$\frac{l_{12} - W_0 - 1 - 2 - 12}{A/6912}$ jest równa masie prostej materialnej $\frac{l_{12} - W_0 - 1 - 2 - 12}{A/576}$, a masa pojedynczej prostej $\frac{l_i - W_0 - 1 - 2 - 12}{A/6912}$ jest równa 1/6912 masy prostej materialnej A .

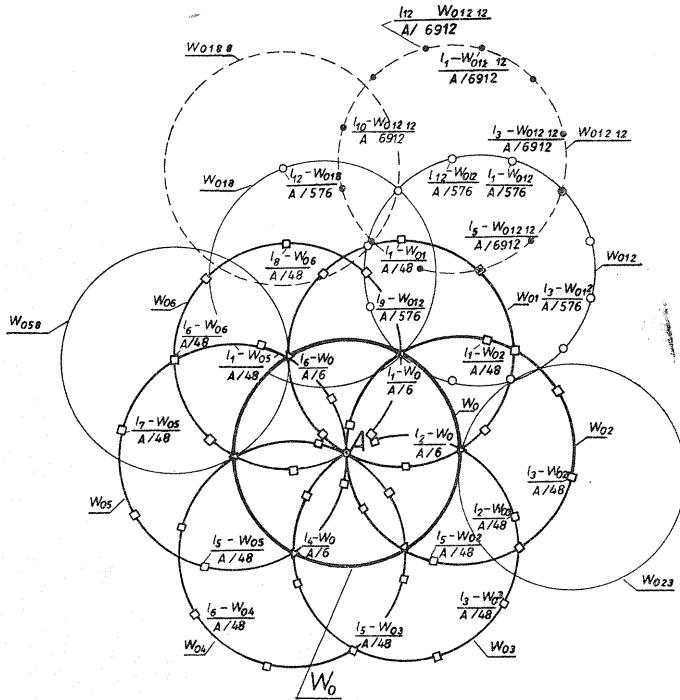


Fig. 12. Przemieszczenie w przestrzeni masy poziomej prostej materialnej A na skończoną liczbę poziomych prostych materialnych
 Translocation in space of the mass of horizontal material line A on a finite number of horizontal material lines

Podobne rozumowanie można przeprowadzić dla ciał trójwymiarowych, przemieszczając masę punktu materialnego na powłoki kuliste.

Kontynuując proces dekoncentracji i koncentracji mas w nieskończenie wielkiej liczbie, dla nieskończenie małych promieni r powłok walcowych (kulistych), można oczekiwać przejścia od ciała zaburzającego z nieciągłymi (dyskretnymi) masami do ciała o ciągłym rozkładzie mas. Staje się jasne, że gdy dopuści się dowolność w rozkładzie gęstości ciała zaburzającego, to ilość równoważnych modeli może być nieograniczona.

POZIOMA, CIENKA WARSTWA MATERIALNA WYSTĘPUJĄCA NA GŁĘBOKOŚCI h_1 I POZIOMA PROSTA MATERIALNA WYSTĘPUJĄCA NA GŁĘBOKOŚCI h_2 .

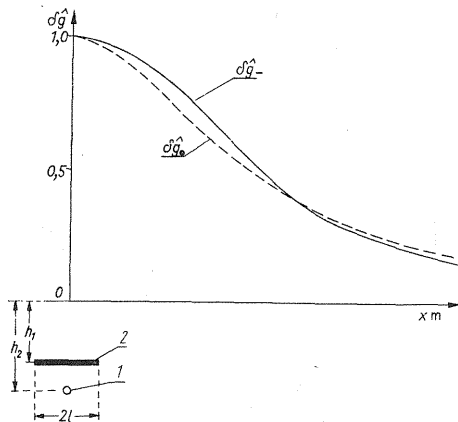
Jeśli warstwa materialna występuje na głębokości h_1 , a prosta materialna na głębokości h_2 (fig. 13), to odchylenie $\delta\hat{g}$ wyrazi się wzorem:

$$\delta\hat{g} = \delta\hat{g}_0 \left\{ \frac{\frac{h_1}{h_2} \sqrt{\frac{2a}{\operatorname{tg}[2\delta\hat{g}_0 - \arctg a] + a^2 - 1} - \sqrt{\frac{1 - \delta\hat{g}_0}{\delta\hat{g}_0}}}{\sqrt{\frac{1 - \delta\hat{g}_0}{\delta\hat{g}_0}} - \sqrt{\frac{1 - (\delta\hat{g}_0 + \delta\hat{g}_0)}{\delta\hat{g}_0 + \delta\hat{g}_0}}} \right\} \quad [34]$$

Fig. 13. Rozkłady wartości anomalii unormowanych stanowiących oddźwięk poziomej prostej materialnej ($\delta\hat{g}_0$) występującej na głębokości h_2 , i poziomej nieskończonej warstwy materialnej ($\delta\hat{g}_-$), występującej na głębokości h_1

Distributions of values of normalized anomalies reflecting horizontal material line ($\delta\hat{g}_0$) from the depth h_2 and horizontal infinite material layer ($\delta\hat{g}_-$) from the depth h_1

Objaśnienia jak na fig. 3
Explanations as in Fig. 3



Rozkład wartości $\delta\hat{g}$ dla różnych wartości parametru $a = l/h_1$ przedstawia fig. 14. W punkcie przecięcia się anomalii $\delta\hat{g}_-$ i $\delta\hat{g}_0$. zachodzi równość:

$$h_1 \sqrt{\frac{2a}{\text{tg}[2\delta\hat{g}_0 \arctg a] + a^2 - 1}} = h_2 \sqrt{\frac{1 - \delta\hat{g}_0}{\delta\hat{g}_0}} \quad [35]$$

stąd

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\sqrt{\frac{1 - \delta\hat{g}_0}{\delta\hat{g}_0}}}{\sqrt{\frac{2a}{\text{tg}[2\delta\hat{g}_0 \arctg a] + a^2 - 1}}} = C \quad [36]$$

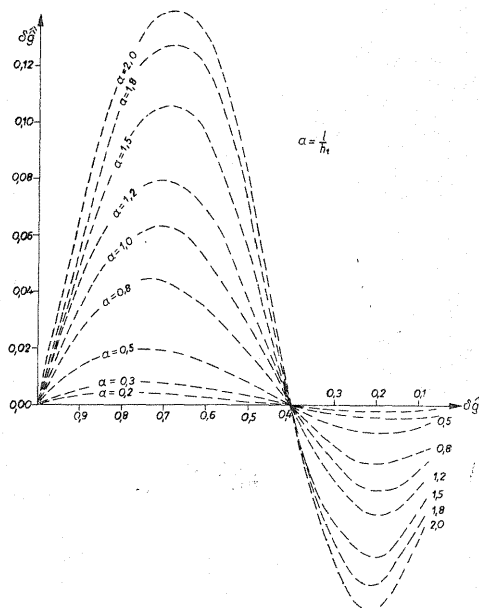


Fig. 14. Rozkłady odchyleń $\delta\hat{g}$ (wg wzoru [34]) dla poziomej prostej materialnej i poziomej nieskończonej warstwy materialnej dla różnych wartości parametru a

Distributions of values of deviations $\delta\hat{g}$ (according to formula [34]) for horizontal material line and horizontal infinite material layer for different values of parameter a

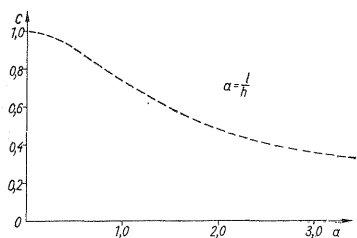


Fig. 15. Rozkład wartości C (wg wzoru [36])
Distribution of values C (according to formula [36])

Rozkład wartości C przedstawia fig. 15.

Zależność [34] wyjaśnia, w jakim stopniu rozważane modele są równoważne oraz daje się wykorzystać do określenia głębokości występowania dwuwymiarowego ciała zaburzającego.

POZIOMA PROSTA MATERIALNA I JEDNORODNY ORAZ NIEJEDNORODNY ROZKŁAD MAS; PROGRAMOWANIE NIELINIOWE

Przykłady ilustrujące jak krańcowo różne — pod względem położenia i kształtu — mogą być dwa równoważne rozkłady mas przedstawiają fig. 16, 17. Masa M_1 i współrzędne jej położenia oraz współrzędne położenia mas równoważnych m_0, m_1, \dots, m_i zostały z góry dowolnie przyjęte. Jeśli uwzględni się, że dla odpowiednio

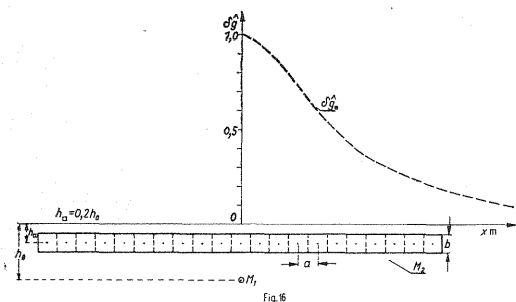


Fig. 16

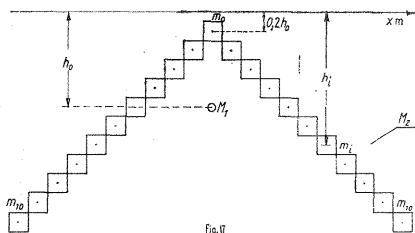


Fig. 17

Fig. 16. Modele równoważne: pozioma prosta materialna o masie M_1 i nieskończona pozioma warstwa materialna o masie M_2 , podzielona na nieskończone prostopadłości

Equivalent models: horizontal material line with mass M_1 and horizontal infinite material layer with mass M_2 divided into infinite cuboids

Fig. 17. Modele równoważne: pozioma prosta materialna o masie M_1 i zestaw nieskończonych, poziomych prostopadłości o masie M_2

Equivalent models: horizontal material line with mass M_1 and a set of infinite horizontal cuboids with mass M_2

dużego wyrażenia $\frac{h_{\square}}{a}$ (fig. 16) poziomo leżący prostopadłocien może być z grawitacyjnego punktu widzenia zastąpiony poziomą prostą materialną (poziomym walcem), to efekt grawitacyjny masy $M_2 = m_0 + 2m_1 + 2m_2 + \dots + 2m_{10}$ wyrazi się wzorem:

$$\delta g_{(M_2)} = \sum_{i=1}^{l_2} \frac{X_i [0,2 h_0 + |i|f(x)]}{[0,2 h_0 + |i|f(x)]^2 + x^2} \quad [37]$$

gdzie: $X = 2 G\bar{m}_i = 2 G\varrho_i ab$; \bar{m} — masa przypadająca na jednostkę długości walca; a — odległość między geometrycznymi środkami sąsiednich prostopadłościanów; b — pionowy rozmiar prostopadłościanu (fig. 16); $f(x)$ — funkcja określająca zmianę głębokości występowania prostopadłościanu w stosunku do głębokości h_0 (fig. 17); i — kolejny numer prostopadłościanu.

Aby uzyskać jak najmniejszą wartość odchyień $\delta\hat{g}_i = \delta\hat{g}_{(M_2)i} - \delta\hat{g}_{(M_1)i}$ suma kwadratów tych odchyień musi być jak najmniejsza, co można zapisać w postaci:

$$\delta\hat{g}_1^2 + \delta\hat{g}_2^2 + \dots + \delta\hat{g}_n^2 = \text{minimum}$$

czyli

$$\left\{ \sum \left(\delta\hat{g}_0 - \sum_{i=l_1}^{l_2} \frac{X_i|i|[0,2 h_0 + |i|f(x)]}{[0,2 h_0 + |i|f(x)]^2 + x^2} \right) \right\}^2 = \text{minimum} \quad [38]$$

gdzie: $\delta\hat{g}_0$ — anomalia unormowana będąca oddźwiękiem masy M_1 .

Zawarte w wyrażeniu [38] zależności nie są liniowe, zatem niewiadome X_i zostaną określone za pomocą programowania nieliniowego, któremu poświęcona jest obszerna literatura (R. Bellman, 1965; J. Goliński, K. Tomicki, 1974). Funkcja celu, którą w tym przypadku poddano procesowi minimalizacji, została sformułowana następująco:

$$f_c = \left\{ \sum_{\delta\hat{g}_0=1,0}^{0,05} \left(\delta\hat{g}_0 - \sum_{i=l_1}^{l_2} \frac{X_i|i|[0,2 h_0 + |i|f(x)]}{[0,2 h_0 + |i|f(x)]^2 + [h_0 \sqrt{\frac{1}{\delta\hat{g}_0} - 1 - ia}]^2} \right) \right\}^2 \quad [39]$$

Jeśli założy się, że $a_i = \text{const}$ i $b_i = \text{const}$, to gęstości poszczególnych prostopadłościanów będą różne, a ich wartości można będzie określić wzorem:

$$\varrho_i = \frac{X_i}{2 Gab} \quad [40]$$

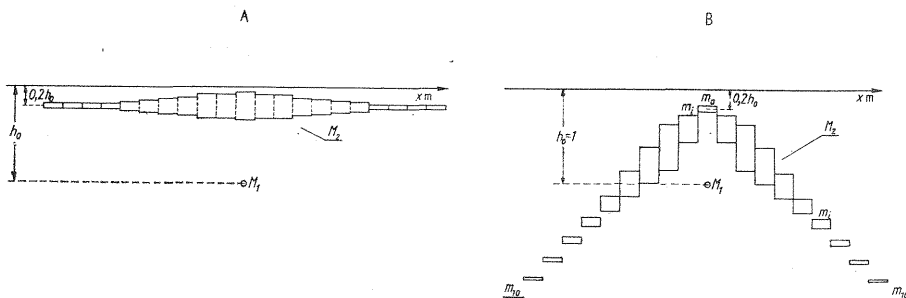


Fig. 18. Modele równoważne: pozioma prosta materialna o masie M_1 i zestaw nieskończonych, poziomych prostopadłościanów o masie M_2 , których środki geometryczne leżą: A — na jednakowej głębokości, B — na różnych głębokościach

Equivalent models: horizontal material line with mass M_1 and a set of infinite horizontal cuboids with mass M_2 ; geometric centers of the cuboids are situated: A — at the same depth, B — at different depths

Jeśli natomiast założy się, że gęstość wszystkich prostopadłościanów ciała M_2 będzie stała, a ponadto $a = \text{const}$, to pionowe rozmiary poszczególnych prostopadłościanów będą różne (fig. 18A,B) i można je będzie określić według wzoru:

$$b_i = \frac{X_i}{2Ga\varrho} \quad [41]$$

Niewiadome X_i określono drogą programowania nieliniowego² dla dwóch następujących założeń wstępnych:

I	II
$f(x) = 0$	$f(x) = 0,2h_0$
$h_{\square} = 0,2h_0$	$h_{\square} = 0,2h_0$
$a = 0,2h_0$	$a = 0,2h_0$

Odchylenie $\delta\hat{g}$ w przedziale wartości anomalii $\delta\hat{g}_0$ od 1,0 do 0,15 w pierwszym przypadku nie przekracza 3% (fig. 16), w drugim zaś 2% (fig. 17). Są to więc odchylenia nieznaczne, mało dostrzegalne i z praktycznego punktu widzenia modele te można uznać za równoważne.

MAKSYMALNA (GRANICZNA) GŁĘBOKOŚĆ WYSTĘPOWANIA STROPU OBIEKTU ZABURZAJĄCEGO
POLE SIŁY CIĘŻKOŚCI

Zróżniczkowane wzory [5], [15], [16], [24] oraz wzory dla pionowcj linii materialnej i poziomej półnieskończonej warstwy materialnej przybierają następującą postać: — dla kuli:

$$\frac{dx}{d(\delta\hat{g}_0)} = \frac{1}{3}h \frac{-1}{\sqrt{\frac{1}{3\sqrt{(\delta\hat{g}_0)^2}} - 1} [3\sqrt{\delta\hat{g}_0}]^5} \quad [42]$$

— dla poziomej prostej materialnej:

$$\frac{dx}{d(\delta\hat{g}_0)} = -\frac{h}{2\sqrt{\frac{1}{\delta\hat{g}_0} - 1}} \cdot \frac{1}{(\delta\hat{g}_0)^2} \quad [43]$$

— dla poziomej warstwy materialnej:

$$\frac{dx}{d(\delta\hat{g}_0)} = h \frac{1}{2\sqrt{\frac{2a}{\text{tg}[2\delta\hat{g}_0 \text{ arctg } a]} + a^2 - 1}} \cdot \frac{-4a \text{ arctg } a}{\sin^2[2\delta\hat{g}_0 \text{ arctg } a]} \quad [44]$$

— dla pionowej warstwy materialnej:

$$\frac{dx}{d(\delta\hat{g}_0)} = h_1 \frac{a^{2\delta\hat{g}_0} \ln a(1-a^2)}{(a^{2\delta\hat{g}_0} - 1)^2 \sqrt{\frac{a^2 - a^{2\delta\hat{g}_0}}{a^{2\delta\hat{g}_0} - 1}}} \quad [45]$$

² Obliczenia wykonano z zastosowaniem programu opracowanego przez mgra Z. Dębskiego w Stołecznym Ośrodku Obliczeniowym.

— dla pionowej prostej materialnej:

$$\frac{dx}{d(\delta\hat{g})} = -h \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{(\delta\hat{g})^2} - 1}} \cdot \frac{1}{(\delta\hat{g})^3} \quad [46]$$

— dla poziomej, półnieskończonej warstwy materialnej:

$$\frac{dx}{d(\delta\hat{g})} = h\pi\{\text{tg}^2[90^\circ(2\delta\hat{g}-1)] + 1\} \quad [47]$$

Z porównania przebiegu wartości tych pochodnych (fig. 19A, B) nasuwa się wniosek, że anomalie δg o największym gradientie poziomym są spowodowane przez:

- punkt materialny (kula) — w grupie ciał trójwymiarowych:
- poziomą prostą materialną (poziomy walec) — w grupie ciał dwuwymiarowych

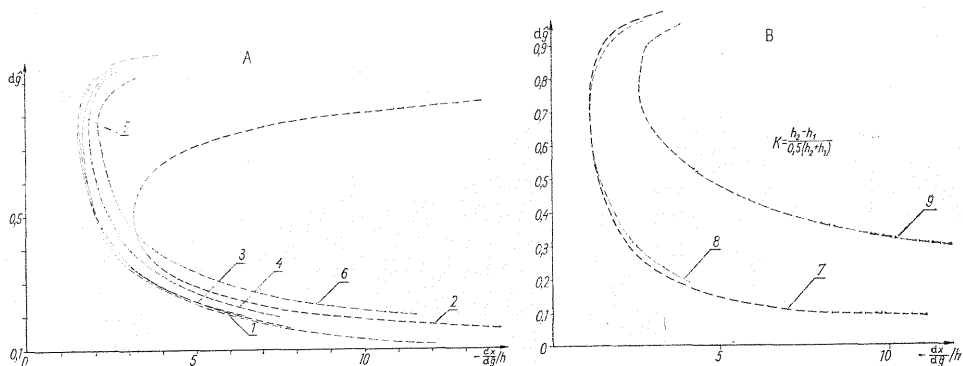


Fig. 19. Rozkład wartości pochodnych $\frac{dx}{d\hat{\delta g}}$ dla ciał: A — dwuwymiarowych, B — trójwymiarowych

Distribution of values of derivatives $\frac{dx}{d\hat{\delta g}}$ for: A — two-dimensional bodies, B — three-dimensional bodies

1 — pozioma prosta materialna; 2 — pozioma półpłaszczyzna materialna; 3 — półnieskończona, pionowa warstwa materialna ($b = 1,1$); 4 — półnieskończona, pionowa warstwa materialna ($b = 1,4$); 5 — nieskończona, pozioma warstwa materialna ($a = 0,33$); 6 — nieskończona, pozioma warstwa materialna ($a = 1,0$); 7 — kula; 8 — skończona, pionowa prosta materialna ($K = 0,2$); 9 — półnieskończona, pionowa prosta materialna

1 — horizontal material line; 2 — horizontal material semiplane; 3 — semiinfinite vertical material layer ($b = 1.1$); 4 — semiinfinite vertical material layer ($b = 1.4$); 5 — infinite horizontal material layer ($a = 0.33$); 6 — infinite horizontal material layer ($a = 1.0$); 7 — sphere; 8 — finite vertical material line ($K = 0.2$); 9 — semiinfinite vertical material line

Biorąc pod uwagę powyższe stwierdzenia, można dojść do kolejnego wniosku, a mianowicie: jeśli na podstawie anomalii Δg , będącej oddźwiękiem obiektu geologicznego o dowolnym kształcie, określi się głębokość występowania tego obiektu według zasad stosowanych dla walca poziomego (wzór [48]) lub kuli (wzór [49]), to będzie ona maksymalną głębokością h_d (fig. 20), na której może jeszcze wystąpić strop tego obiektu. Uwzględniając wyciągnięte wcześniej wnioski znaczy to również, że strop geologicznego obiektu zaburzającego może znajdować się na każdej dowolnej głębokości h mniejszej lub równej głębokości h_d .

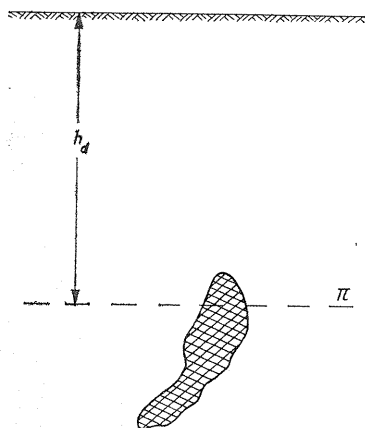


Fig. 20. Model ciała zaburzającego występującego na głębokości h_d
Model of disturbing body situated at depth h_d

Dla anomalii dwuwymiarowych:

$$h_d = x_{1/2} \quad [48]$$

Dla anomalii trójwymiarowych:

$$h_d = 1,305 x_{1/2} \quad [49]$$

gdzie: $x_{1/2}$ — pozioma odległość od punktu, określającego maksimum wartości anomalii $\Delta g = \Delta g_{\max}$, do punktu, gdzie $\Delta g = 0,5 \Delta g_{\max}$.

Jeśli w obrazie anomalii Δg rejestruje się kształt obiektu geologicznego (A. Kozera, 1965), to przedział głębokościowy h_d może być zawężony od dołu. Teoretyczną podstawę dla procesu zawężania tego przedziału stanowią wzory [29], [34] i [36].

Wyznaczanie maksymalnych głębokości występowania stropu geologicznego obiektu zaburzającego metodą autora ma tę zaletę w porównaniu z innymi metodami (Fishera, Skeelsa i Dürbauma), że nie wymaga znajomości wartości $\Delta \rho$, tj. różnicy między gęstością utworów tworzących geologiczny obiekt zaburzający a gęstością utworów otaczających ten obiekt.

PRAKTYCZNY PRZYKŁAD INTERPRETACJI ANOMALII Δg

Proces zawężania przedziału h_d zilustrowany zostanie na przykładzie anomalii Δg z obszaru Polski północno-zachodniej. Występuje tam szereg wyraźnych anomalii Δg . Co do niektórych istnieje podejrzenie, że ich źródła znajdują się na znacznych głębokościach (A. Dąbrowski, 1963; Z. Fajkiewicz, 1956; A. Kozera, 1976b; W. Pożaryski, 1972; J. Skorupa, 1975). Szczególnie interesujące są te anomalie Δg , których istnienie wiąże się z budową geologiczną utworów występujących poniżej permskiego poziomu solnego, a dla których brak jest rejestracji sejsmicznych. W naszym przypadku uwaga zostanie skoncentrowana na środkową część grawimetrycznego wyżu pomorskiego. Z analizy pomiarów gęstości skał z tego obszaru wynika (A. Kozera, 1976a), że oprócz ogólnej prawidłowości, którą jest wzrost gęstości skał wraz z głębokością ich występowania, wydzieliła się kilka granic gęstościowych, zwłaszcza w utwo-

rach młodszych (fig. 21). Istnienie dużej liczby tych granic czyni obraz anomalii Δg skomplikowanym i trudno czytelnym. W związku z tym na podstawie danych geologicznych, wiertniczych, sejsmicznych i gęstościowych dla utworów mezozoiku został sporządzony ogólny model geologiczno-gęstościowy, dla którego drogą teoretyczną wyznaczono efekt grawimetryczny $\Delta g_{\text{teoret.}}$ (A. Kozera, 1976b). Figura 22 przedstawia rozkład wartości anomalii $\Delta \bar{g}$ ($\Delta \bar{g} = \Delta g_{\text{zaobs.}} - \Delta g_{\text{teoret.}}$) wzdłuż prostej przecinającej poprzecznie (z NE na SW) grawimetryczny wyż pomorski, bez efektów grawitacyjnych utworów kredy, jury i triasu. Krzywa ta jest bardzo regularna, można więc założyć, że jest ona odzwierciedleniem pojedynczego źródła o cechach ciał dwuwymiarowych. Z analizy charakterystyki tej anomalii wynika, że poziome rozmiary obiektu powodującego anomalię Δg są znacznie większe od rozmiarów pionowych (A. Kozera, 1965). Dla oceny głębokości występowania tego obiektu, można więc przyrównać go do nieskończonej warstwy poziomej o szerokości $2l$.

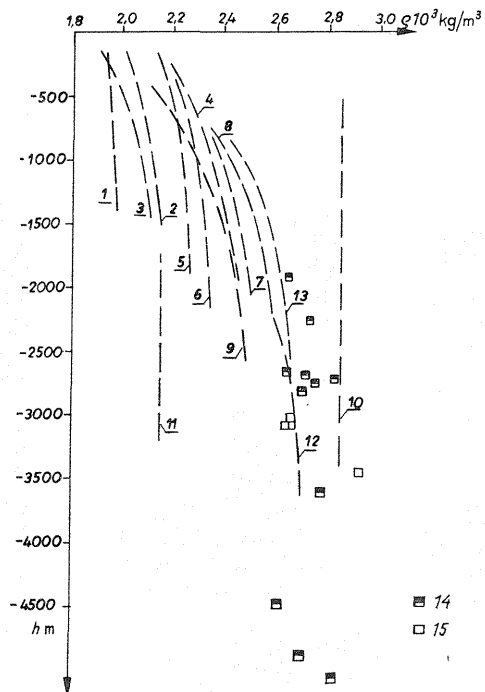


Fig. 21. Rozkład gęstości skał z poszczególnych epok geologicznych
Distribution of density of rocks from different geological epochs

Kreda: 1 - górna, 2 - środkowa, 3 - dolna;
jura: 4 - górna, 5 - środkowa, 6 - dolna; trias:
7 - górny, 8 - środkowy, 9 - dolny; perm: 10 -
anhydryty, dolomity i wapień, 11 - sole; 12 - karbon,
dewon; 13 - sylur; 14 - ordowik; 15 - kambry
Cretaceous: 1 - Upper, 2 - Middle, 3 - Lower;
Jurassic: 4 - Upper, 5 - Middle, 6 - Lower;
Triassic: 7 - Upper, 8 - Middle, 9 - Lower;
Permian: 10 - anhydrites, dolomites and limestones,
11 - salts; 12 - Carboniferous, Devonian;
13 - Silurian; 14 - Ordovician; 15 - Cambrian

Jeśli krzywą unormowaną $\Delta \hat{g} = \frac{\Delta \bar{g}}{g_{\text{max}}}$ porówna się ze zbiorem krzywych teoretycznych $\delta \hat{g}_0$ dla poziomej prostej materialnej (fig. 23) w ten sposób, aby krzywa 1 tego zbioru (fig. 23, 24) przecinała się z krzywą 2 (fig. 24) w punkcie, gdzie $\Delta \hat{g}_i = \delta \hat{g}_0(i) = 0,4 \Delta \hat{g}_{0\text{max}}$ (fig. 24) tak, aby jednocześnie suma kwadratów odchyłek $\delta \hat{g}$ była jak najmniejsza, to z zależności [36] otrzymamy:

$$h_- = h_0 C$$

gdzie: $h_0 = h_d = x_{1/2}$; $x_{1/2}$ - pozioma odległość od punktu, określającego maximum wartości anomalii $\delta \hat{g}_0$, do punktu, w którym $\delta \hat{g}_0 = 0,5 \cdot \Delta \hat{g}_{0\text{max}}$ (fig. 24).

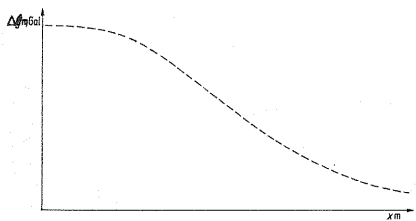


Fig. 22. Rozkład wartości anomalii $\Delta\bar{g}$ wzdłuż prostej przecinającej poprzecznie grawimetryczny wyż pomorski

Distribution of values of anomaly $\Delta\bar{g}$ along line transversally cutting Pomeranian gravimetric high

Rozkład wartości C , określonych z zależności [36] dla zmiennego $a = \frac{l}{h}$ i stałego $\delta\hat{g}_{0(i)} = 0,4$, ilustruje fig. 15. Wielkość a , której znajomość jest konieczna do określenia C , można uzyskać drogą porównania krzywej odchyień $\delta\hat{g} = \delta\hat{g} - \delta\hat{g}_0$ (fig. 25) ze zbiorem krzywych odchyień teoretycznych (fig. 14) dla różnych wartości a . W naszym przypadku krzywa odchyień $\delta\hat{g}$ pokrywa się najlepiej z krzywą odchyień teoretycznych dla $a = 1,8$. Zatem mamy:

$$\begin{aligned} a &= 1,8; \\ C &= 0,52 \text{ (fig. 15);} \\ h_d &= 26,0 \text{ km (fig. 24);} \\ h &= 26 \text{ km} \cdot 0,52 = 13,5 \text{ km.} \end{aligned}$$

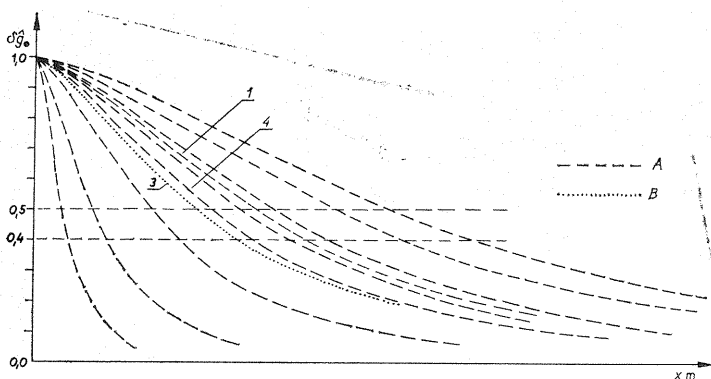


Fig. 23. Rozkład wartości anomalii unormowanych ($\delta\hat{g}_0$) stanowiących oddziały poziomej prostej materialnej leżącej na różnych głębokościach (A) i nieznanego obiektu geologicznego (B)

Distribution of values of normalized anomalies ($\delta\hat{g}_0$) reflecting horizontal material line situated at different depths (A) and unidentified geological object (B)

1, 3, 4 — krzywe omawiane w tekście
1, 3, 4 — curves discussed in the text

Szerokość obiektu geologicznego zaburzającego pole siły ciężkości może być oszacowana z następujących zależności:

$$a = \frac{l}{h}$$

czyli $2l = 2 \cdot 13,5 \text{ km} \cdot 1,8 = 48,6 \text{ km}$.

Jak widać, przedział wieloznacznych rozwiązań, dotyczących głębokości występowania stropu obiektu powodującego anomalię Δg , został w stosunku do wielkości przedziału h_d znacznie ograniczony (o ok. 50%). Na podstawie wyników można twierdzić z dużym stopniem pewności, że strop obiektu geologicznego, będącego głównym źródłem grawimetrycznego wyżu pomorskiego, występuje nie głębiej niż ok. 13,5 km. Z analizy danych geologicznych, wiertniczych i sejsmicznych (A. Kozera, 1976b) wynika, że strop tego obiektu znajduje się głębiej niż 4 km. Zatem stropu tego obiektu należy się spodziewać w przedziale głębokości 4 — 13,5 km.

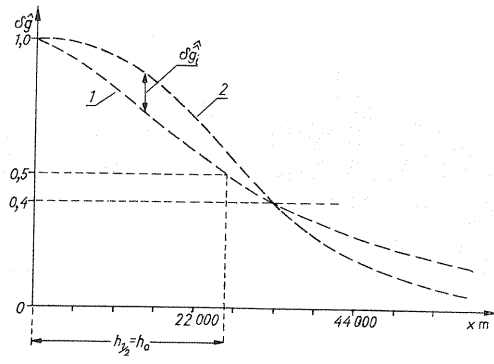


Fig. 24. Rozkład wartości anomalii unormowanych stanowiących oddźwięk poziomej prostej materialnej (1) i nieznanego obiektu geologicznego (2)

Distribution of values of normalized anomalies reflecting horizontal material line (1) and unidentified geological object (2)

Stosując — dla porównania uzyskanych wyników — metodę D. C. Skeelsa założono, że maksymalna dopuszczalna przez warunki geologiczne różnica gęstości $\Delta \rho_{\max}$ wynosi $0,2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$, gdzie: $\Delta \rho = \rho_1 - \rho_2$; ρ_1 — gęstość utworów poszukiwanego obiektu; ρ_2 — gęstość utworów otaczających ten obiekt.

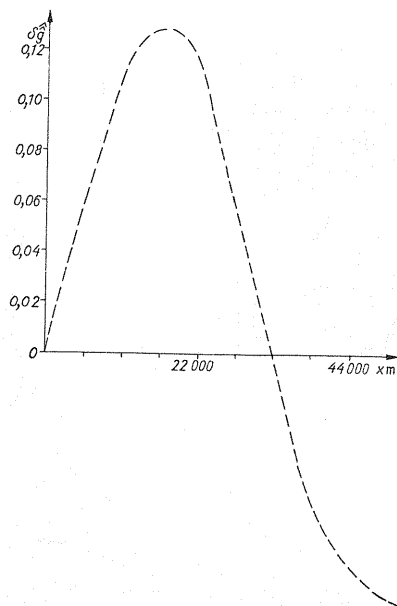


Fig. 25. Rozkład wartości odchyleń $\hat{\delta g}$ między krzywą $\hat{\delta g}$ nieznanego obiektu geologicznego a krzywą zbioru $\hat{\delta g}_0$ przedstawionego na fig. 23

Distribution of values of deviations $\hat{\delta g}$ between curve $\hat{\delta g}$ of unidentified geological object and curve of series $\hat{\delta g}_0$ shown on Fig. 23

Dane dotyczące anomalii Δg wynoszą: $X_{3/4} \approx 20,0 \text{ km}$; $X_{1/2} \approx 28,0 \text{ km}$. Dla danych tych stosowane we wzorach Skeelsa wielkości wynoszą: $M = 4,46$; $F = 0,69$; $\frac{D_1}{D_2} = 0,72$; $\frac{W}{D_2} = 2,8$; $N = \frac{D_1}{X_{1/2}} = 0,43$, z tego $D_1 = 28,0 \cdot 0,43 \approx 12,0 \text{ km}$ i $D_2 = \frac{12,0}{0,72} \approx 16,7 \text{ km}$. Stąd głębokość występowania geometrycznego środka badanego obiektu $\frac{D_1 + D_2}{2} = 14,3 \text{ km}$.

Mimo że sposoby interpretacji D. C. Skeelsa i A. Kozery są wyraźnie różne, to uzyskane, przy założeniu $\Delta \rho_{\max} = 0,2 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ w metodzie Skeelsa, wyniki są bardzo bliskie.

Celowe jest jeszcze omówienie zasad postępowania przy zawężaniu przedziału głębokościowego dla przypadku, gdy poziome rozmiary poszukiwanego, dwuwymiarowego obiektu geologicznego są mniejsze od rozmiarów pionowych. Krzywą $\Delta \hat{g}$ uzyskaną w terenie porównuje się wówczas ze zbiorem krzywych teoretycznych $\delta \hat{g}_0$ przedstawionych na fig. 23. Odchylenia $\delta \hat{g}_i$ określa się w tym przypadku w stosunku do krzywej $\delta \hat{g}_0$ (krzywa 4), która występuje powyżej krzywej $\Delta \hat{g}$ (krzywa 3). Według krzywej 4 (fig. 23) określa się również h_0 . Z porównania krzywej odchyień $\delta \hat{g}$ ze zbiorem krzywych odchyień teoretycznych przedstawionych na fig. 7A uzyskuje się parametr $b = \frac{h_2}{h_1}$. Na podstawie danych (h_0 i b) określa się ze wzoru [30] przedział głębokościowy (od powierzchni Ziemi do głębokości $h = h_d \frac{2}{1+b}$), w którym musi się znaleźć strop obiektu geologicznego powodującego anomalię Δg .

WNIOSKI

Rozpatrując problem równoważnych modeli, bardziej z praktycznego niż teoretycznego punktu widzenia, naświetlono go w sposób względnie prosty. Uzyskane wyniki świadczą wyraźnie, że dla dowolnej anomalii $\Delta \bar{g}$, obserwowanej na powierzchni Ziemi, można dobrać w przestrzeni zawartej między powierzchnią Ziemi a płaszczyzną π , zalegającą na głębokości h_d , nieskończenie wiele różnych rozkładów mas, które każdorazowo spowodują anomalię $\Delta \bar{g}$ — praktycznie biorąc — identyczną jak anomalia $\Delta \bar{g}$. Głębokość h_d , określona z anomalii grawimetrycznej $\Delta \bar{g}$ według wzoru [48] lub [49], jest głębokością maksymalną (graniczną), tzn., że w przestrzeni poniżej płaszczyzny π , gdzie $h > h_d$, nie istnieje rozkład mas, który powodowałby na powierzchni Ziemi anomalię grawimetryczną identyczną jak anomalia $\Delta \bar{g}$. Dla każdej anomalii grawimetrycznej $\Delta \bar{g}$, której źródło znajduje się poniżej płaszczyzny π , będzie spełniona nierówność:

$$\bar{x}_{1/2} > \bar{x}_{1/2} \quad (\text{w przypadku obiektu dwuwymiarowego})$$

lub

$$1,305 \bar{x}_{1/2} > 1,305 \bar{x}_{1/2} \quad (\text{w przypadku obiektu trójwymiarowego})$$

gdzie: $x_{1/2}$ — pozioma odległość od punktu, określającego maksimum wartości anomalii ($\Delta g = \Delta g_{\max}$), do punktu, gdzie $\Delta g = 0,5 \Delta g_{\max}$.

Z powyższych stwierdzeń wynika, że na podstawie obrazu anomalii grawimetrycznej jednoznacznie daje się wyznaczyć jedynie przedział głębokości h_d , w którym musi się znaleźć strop obiektu geologicznego powodującego tę anomalię. Przedział ten, w przypadku gdy obraz anomalii grawimetrycznej ma odpowiednią charakterystykę, może być zawężony od dołu.

Reasumując, uzyskane wyniki można sprecyzować następująco:

1. Każdej dowolnej głębokości h odpowiada określona przestrzeń Q_h , z której wnętrza obiekty geologiczne zaburzające pole siły ciężkości — praktycznie biorąc — odzwierciedlają się w obrazie anomalii Δg identycznie bądź to jako punkt materialny (kula) — w przypadku trójwymiarowego obiektu zaburzającego — bądź też jako pozioma prosta materialna (walec) — w przypadku dwuwymiarowego obiektu zaburzającego.

2. Jeśli informacje o geologicznym obiekcie zaburzającym pole siły ciężkości dane są jedynie w postaci obrazu anomalii Δg na powierzchni Ziemi, to nie jest możliwe jednoznaczne określenie wielkości, kształtu i głębokości występowania stropu tego obiektu, natomiast jest możliwe jednoznaczne określenie przedziału głębokości h_d (liczonego od powierzchni Ziemi do głębokości h_d), w którym musi się znaleźć strop obiektu geologicznego powodującego tę anomalię. Określenie „przedziału głębokości h_d ” należy rozumieć w ten sposób, że strop obiektu zaburzającego może się znaleźć na każdej dowolnej głębokości h , mniejszej od głębokości h_d .

3. Jeśli geologiczny obiekt zaburzający pole siły ciężkości odzwierciedla się w obrazie anomalii Δg nie jako punkt materialny i nie jako pozioma prosta materialna, to na podstawie obrazu anomalii Δg przedział głębokości h_d może być nawet znacznie zawężony od dołu. W pracy niniejszej opracowano i podano sposób zawężania tego przedziału.

4. Jeśli informacje o geologicznym obiekcie zaburzającym pole siły ciężkości dane są w postaci anomalii Δg oraz w postaci nadwyżki gęstości $\Delta \rho$, to — z praktycznego punktu widzenia — nie w każdym przypadku jest możliwe jednoznaczne określenie głębokości występowania stropu tego obiektu.

Zakład Geofizyki
Instytutu Geologicznego
Warszawa, ul. Rakowiecka 4
Nadesłano dnia 3 grudnia 1975 r.

PIŚMIENNICTWO

- BELLMAN R. (1956) — The theory of dynamic programming chop 11 in EF Beckenbach. Modern Mathematics for the Engineer. New York.
- DĄBROWSKI A. (1963) — Główne elementy geofizyczne podłoża Polski zachodniej. Pr. Inst. Geol., 30, p. 111 — 123, cz. 4. Warszawa.
- FAJKLEWICZ Z. (1956) — Wyniki interpretacji anomalii siły ciężkości w południowej części Wału Pomorskiego. Acta geol. pol., 6, p. 451—462, nr 4. Warszawa.
- FAJKLEWICZ Z. (1972) — Zarys geofizyki stosowanej. Wyd. Geol. Warszawa.
- FAJKLEWICZ Z. (1973) — Grawimetria poszukiwawcza. Wyd. Geol. Warszawa.
- FAJKLEWICZ Z., CIANCIARA B. (1975) — Poszukiwanie parametrów struktur geologicznych

- metodą częstotliwościowej analizy pól anomalii siły ciężkości przy zastosowaniu podwójnego szeregu Bessela-Fouriera. *Tech. Poszuk.*, nr 2, p. 3—9. Warszawa.
- FISHER I. W. (1941) — Limiting values of gravitational and magnetic anomalies due to a subterranean structure bounded by a single differential surface. *Geophysics*, **6**, nr 1—12. Menasha.
- GOLIŃSKI J., TOMICKI K. (1974) — Adaptacyjny System Optymalizacji Nieliniowej SOPT. Wyd. Stołecznego Zjednoczenia Budownictwa Komunalnego. Warszawa.
- JUNK K. (1961) — Schwerkraftverfahren in der Angewandte Geophysik. Leipzig.
- KOŻERA A. (1965) — Charakterystyka anomalii grawimetrycznych i możliwości wykorzystania jej w praktyce. IV Krajowy Zjazd Górniczy na temat: Nowe górnictwo. Sekcja VIII, p. 205—217. Katowice.
- KOŻERA A. (1976a) — Analiza wyników pomiarów gęstości skał dla obszarów NW Polski. *Prz. geol.*, **24**, p. 531—538, nr 9. Warszawa.
- KOŻERA A. (1976b) — Wstępna interpretacja wyników badań geofizycznych wzdłuż profilu Bytów — Kalisz Pomorski (Pomorze Zachodnie). *Biul. Inst. Geol.*, **293**. Warszawa.
- NOVIKOFF P. (1938) — Sur le problème inverse du potential. *Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS*, **18**, p. 165—168, nr 3. Moscou.
- POŻARYSKI W. (1972) — Rozwój strukturalny Niżu Polski w epoce waryscyjskiej. *Biul. Inst. Geol.*, **252**, p. 83—98. Warszawa.
- RESNICK R., HALLIDAY D. (1973) — Fizyka. PWN. Warszawa.
- SKEELS D. C. (1963) — An Approximate Solution of the Problem of Maximum Depth in Gravity Interpretation. *Geophysics*, **28**, p. 724—735, nr 5.
- SKORUPA J. (1975) — Regional refraction investigations of deep basement in Poland. *Publ. Inst. Geoph. Pol. Ac. Sci.*, **82**, p. 39—49. Warszawa.
- SOROKIN L. W. (1956) — Grawimetria i rozpoznanie grawimetryczne. PPWK. Warszawa.
- TIKONOV A. N. (1943) — On the Stability of Inverse Problems. *Comptes Rendus*, **39**, nr 1.
- ГЛАДКИЙ К. В. (1967) — Гравиразведка и магниторазведка. Москва.
- СТРАХОВ В. Н. (1962) — О путях построения математической теории интерпретации магнитных и гравитационных аномалий. *Прикладная Геоф.*, **35**. Гостоптехиздат. Москва.
- СТРАХОВ В. Н. (1970) — О состоянии и задачах математической теории интерпретации магнитных и гравитационных аномалий. *Физика Земли*, № 5, Наука. Москва.
- СТРАХОВ В. Н. (1970) — Численные методы определения параметра H двумерных потенциальных полей. *Геофизический сборник*, № 36, Наукова Думка. Киев.
- ШВАНК О. А. (1955) — О практической многозначности решения обратной задачи гравиметрии. *Разведочная и промысловая геофизика*, **14**. Гостоптехиздат. Москва.
-

Александр КОЗЕРА

ПРОБЛЕМА ЭКВИВАЛЕНТНЫХ МОДЕЛЕЙ В ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ ГРАВИМЕТРИЧЕСКИХ ДАННЫХ

Резюме

Главным препятствием для широкого применения гравиметрического метода при изучении геологического строения и поисках является неоднозначность решения обратной гравиметрической задачи. В статье определены различия значений аномалии δg для нескольких пар эквивалентных моделей по методу автора. Для определения этих различий в более общих случаях, т. е. при неоднородном распределении масс, применялось нелинейное программирование.

Результаты расчетов более простым образом осветили проблему эквивалентных моделей, а также дали возможность разработать новый метод интерпретации.

Кроме того установлено, что каждой произвольной глубине h соответствует определенное пространство Q_h , внутри которого геологический объект произвольной формы, нарушающий поля силы тяжести, практически отражается в виде аномалии Δg или в виде материальной горизонтальной прямой (в случае двумерного объекта), или также в виде материальной точки (в случае трехмерного объекта).

Aleksander KOZERA

THE PROBLEMS OF EQUIVALENT MODELS IN GEOLOGICAL INTERPRETATION OF GRAVIMETRIC DATA

Summary

The lack of univocal solution of the inverse gravity problem is the main obstacle to wider use of the gravimetric method in studying geological structure and in prospecting. In the paper, values of differences of anomalies δg for several pairs of equivalent models are estimated with the use of a new method. Non-linear programming was used in order to estimate the differences for a more general case, that is for the case of inhomogeneous distribution of masses.

The data obtained markedly contributed to the problem of equivalent models and they made it possible to elaborate a new method of interpretation. Moreover, it was found that a definite space Q_h corresponds to a given depth h and that a geological object of any shape, situated within the space, is practically reflected by the image of anomaly Δg either as a material line (in the case of a two-dimensional object) or a material point (in the case of a three-dimensional object).