

Marek NIEĆ, Jadwiga SZCZEPAŃSKA

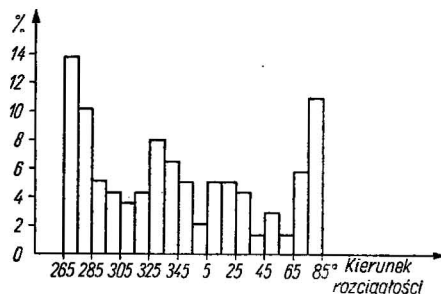
## Porównywanie diagramów spękań metodami statystycznymi

### WSTĘP

O zróżnicowaniu lub podobieństwie orientacji spękań skalnych w różnych rejonach wypowiadamy zwykle sąd na podstawie wizualnego porównania diagramów spękań. Porównanie takie może być obarczone poważnym błędem subiektywnym. Obiektywne porównanie diagramów spękań jest możliwe jedynie w oparciu o niektóre metody statystyki matematycznej. Próby zastosowania metod statystycznych do rozwiązania tego rodzaju zagadnień podjęli A. Wistelius (1958) oraz L. Knoring i M. Belonin (1964).

Fig. 1. Histogram częstości spękań ilów krakowieckich kop. Machów w poszczególnych klasach azymutu rozciągłości

Histogram of frequency of fractures in Krakowieckie clays at the mine Machów in the individual classes of extent azimuth



Wprowadzenie obiektywnych metod porównawczych diagramów spękań wydaje się szczególnie ważne przy projektowaniu wyrobisk eksploatacyjnych, których usytuowanie uzależnione jest między innymi od kierunku spękań. Pojawienie się nowego systemu spękań może być powodem zmiany kierunku eksploatacji. Z powyższego względu wydaje się, że przedstawienie niektórych metod porównywania diagramów spękań za pomocą metod statystycznych może być interesujące z praktycznego punktu widzenia.

Najczęściej spotykanym sposobem przedstawiania orientacji spękań jest róża spękań, która obrazuje częstość występowania spękań w poszczególnych klasach bądź to azymutu rozciągłości, bądź też kierunku zapa-

dania. Róża spekań jest sporządzona zwykle w układzie współrzędnych biegunowych, gdzie jedną współrzędną jest azymut danego kierunku, a drugą częstość wyrażona w procentach. Jeżeli przekształcimy układ współrzędnych biegunowych na układ współrzędnych prostokątnych otrzymamy krzywą rozkładu częstości spekań w poszczególnych klasach kierunku rozciągłości lub kąta zapadania. Otrzymane krzywe są zwykle wielomodalne (fig. 1), a związane to jest z tym, że spekania tworzą kilka systemów, najczęściej dwa krzyżujące się pod kątem zbliżonym do prostego.

Problem porównywania róż spekań sprowadza się do porównywania między sobą różnych rozkładów. Porównanie to polega na weryfikacji hipotezy, że istnieją bądź też nie istnieją różnice między dwoma badanymi rozkładami.

### STATYSTYCZNE METODY PORÓWNYWANIA DIAGRAMÓW SPEKAŃ

Do najczęściej stosowanych metod porównywania krzywych rozkładu należy test  $\chi^2$  K. Pearsona i test D Smirnowa-Kolmogorowa.

Podstawą stosowania testu  $\chi^2$  jest twierdzenie, że suma kwadratów różnic częstości zaobserwowanych i oczekiwanych do częstości oczekiwanej w poszczególnych klasach (przy określonej liczbie klas) nie przekracza pewnej wartości z określonym prawdopodobieństwem (W. Volk, 1965):

$$\chi^2 = \sum \frac{(Z - O)^2}{O}$$

gdzie:

Z — zaobserwowana częstość

O — oczekiwana częstość

W przypadku gdy przedmiotem porównań są dwa empiryczne rozkłady skonstruowane na podstawie obserwacji jak w omawianym przypadku, wartość  $\chi^2$  wylicza się z wzoru (A. Wistelius, 1958):

$$\chi^2 = \frac{1}{\bar{p}(1-\bar{p})} \left( \sum m_i p_i - m \bar{p} \right)^2$$

gdzie:

$$p_i = \frac{m_i}{m_i + n_i}$$

$$\bar{p} = \frac{m}{m + n}$$

$m, n$  — liczba obserwacji w obu porównywanych zbiorach

$m_i, n_i$  — liczba obserwacji w poszczególnych klasach porównywanych zbiorów

Obliczoną ze wzoru wartość  $\chi^2$  porównuje się z odpowiednimi wartościami z tablic (W. Sadowski, 1957). Porównania dokonujemy na poziomie istotności 0,05 (z prawdopodobieństwem 0,95), który dla celów geologicznych jest wystarczający. Poziom istotności 0,05 oznacza, że wniosek

wyprowadzony na podstawie porównania wartości  $\chi^2$  będzie prawdziwy w 95 przypadkach na 100. W przypadku gdy obliczona wartość  $\chi^2$  jest mniejsza od wartości odczytanej z tablic, hipoteza o podobieństwie dwu rozpatrywanych rozkładów (diagramów spękań) może być przyjęta, a obserwowane różnice między obu diagramami mają charakter przypadkowy.

Najpoważniejszym ograniczeniem możliwości stosowania testu  $\chi^2$  jest liczba obserwacji, którymi powinniśmy dysponować w poszczególnych klasach. Liczba ta nie powinna być mniejsza od 5. W przypadku spękań mamy jednak bardzo często do czynienia z rozkładem nieciągłym, w związku z tym warunek powyższy jest nie spełniony. W takich przypadkach porównanie diagramów spękań można przeprowadzić za pomocą testu D Smirnowa-Kołmogorowa.

Test ten zakłada, że różnica skumulowanych częstości klas ( $F_{(x)}$  i  $F_{(y)}$ ) porównywanych zbiorów obserwacji nie powinna przekraczać na danym poziomie istotności określonej wartości (A. Urbach, 1963):

$$D > \max [F_{(x)} - F_{(y)}]$$

przy czym wartość D określa się z wzoru:

$$D = \sqrt{\frac{1}{2} \ln \frac{2}{\beta} \left( \frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y} \right)}$$

gdzie:

$\beta$  — poziom istotności

$n_x, n_y$  — ilość danych w obu porównywanych zbiorach

Dla najczęściej przyjmowanego w praktyce poziomu istotności 0,05 powyższy wzór przybiera postać:

$$D = 1,358 \sqrt{\frac{n_x + n_y}{n_x n_y}}$$

### PRZYKŁADY

Na fig. 2 przedstawiono dwa diagramy spękań ilów krakowieckich sporządzone na podstawie pomiarów w dwóch rejonach A i B odkrywki kop. Machów. Na podstawie rysunku można stwierdzić, że w rejonie B wyraźniej niż w rejonie A zaznaczają się systemy 30 i 50°, natomiast systemy 270—280° i 80° (szczególnie) zaznaczają się mniej wyraźnie w porównaniu z diagramem A. Ponadto na diagramie B obserwuje się dodatkowy system 300°.

Weryfikację hipotezy o różnicy obu diagramów przeprowadzono za pomocą omówionego wyżej testu  $\chi^2$ . Tok obliczeń przedstawia tab. 1. Wyliczona wartość  $\chi^2 = 16,19$ , a wartość  $\chi^2$  odczytanego z tablic wynosi 27,6 (dla 17 stopni swobody i poziomu istotności 0,05). Postawiona hipoteza nie znajduje zatem potwierdzenia. Można natomiast przyjąć, że obserwowane różnice między obu diagramami mają charakter nieistotny (przypadkowy). Porównanie obu diagramów za pomocą testu D (Smirnowa-Kołmogorowa) prowadzi do podobnego wniosku, bowiem maksymalna wartość różnic skumulowanych częstości wynosi 0,10 przy dopuszczalnej 0,17.

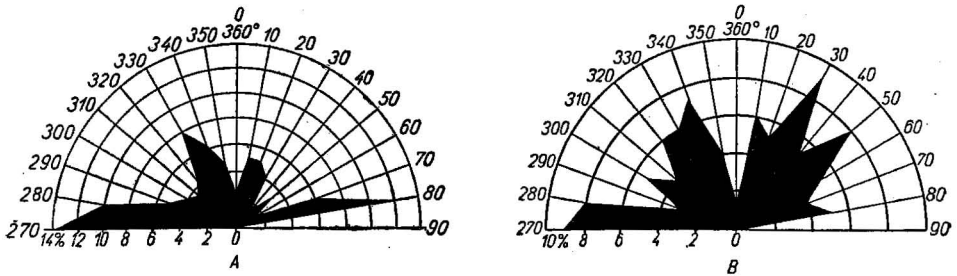


Fig. 2. Diagram spekań łłów krakowieckich kop. Machów  
 Diagram of fractures of Krakowieckie clays at the mine Machów  
 A — rejon A; B — rejon B  
 A — region A; B — region B

Tabela 1

Klasa	$m_i + n_i$	$m_i$		$n_i$	$p_i = \frac{m_i}{m_i + n_i}$	$m_i p_i$
		2B	2A			
265—274	28	9	19		0,321	2,889
275—284	22	8	14		0,364	2,912
289—294	10	3	7		0,300	0,900
295—304	11	5	6		0,455	2,275
305—314	9	4	5		0,444	1,776
315—324	12	6	6		0,500	3,000
325—334	17	6	11		0,353	2,118
335—344	16	7	9		0,437	3,059
345—354	11	4	7		0,364	1,456
355— 4	4	1	3		0,250	0,250
5— 14	13	6	7		0,461	2,766
15— 24	12	5	7		0,417	2,085
25— 34	15	9	6		0,600	5,400
35— 44	7	5	2		0,714	3,570
45— 54	12	8	4		0,667	5,336
55— 64	7	5	2		0,714	3,570
65— 74	12	4	8		0,333	1,332
75— 84	20	5	15		0,250	1,250
$\Sigma$	238	100	138		$\bar{p} = \frac{100}{238} = 0,420$	45,944

$$\chi^2 = \frac{1}{0,420 \cdot 0,580} (45,944 - 42) = 16,19$$

Na fig. 3 zostały przedstawione dwa diagramy spekań wapieni sarmatu sporządzone na podstawie pomiarów w kamieniołomach w rejonie wsi Dobra i Wiśniowa k. Staszowa. Ponieważ dysponujemy tu małą liczbą obserwacji (100) i mamy do czynienia z rozkładem nieciągłym, porównanie obu diagramów jest możliwe tylko za pomocą testu D (tab. 2). Z tabeli

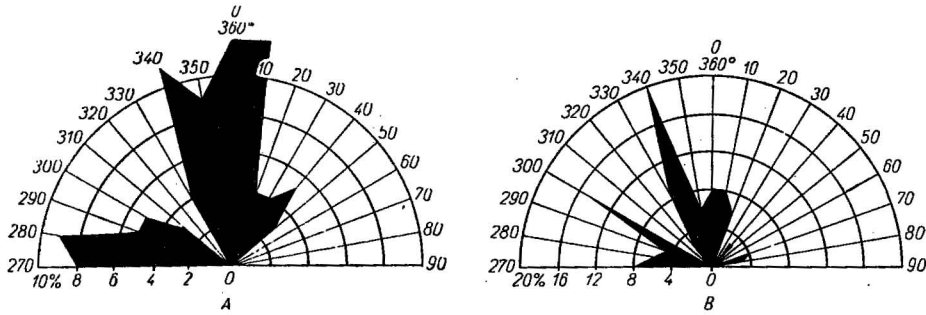


Fig. 3. Diagram spękań wapieni sarmatu  
Diagram of fractures of Sarmatian limestones  
A — rejon Dobrej; B — rejon Wiśniowej  
A — region of Dobra; B — region of Wiśniowa

Tabela 2

Klasa °	Częstość		Częstości skumulowane				Różnica częstości skumulowa- nych
	Dobra 3A	Wiśniowa 3B	3A	3B	3A	3B	
265—274	8	8	8	8	0,08	0,08	0,00
275—284	9	6	17	14	0,17	0,14	0,03
285—294	5	5	22	19	0,22	0,19	0,04
295—304	5	14	27	33	0,27	0,33	0,06
305—314	3	0	30	33	0,30	0,33	0,03
315—324	0	2	30	35	0,30	0,35	0,05
325—334	4	9	34	44	0,34	0,44	0,10
335—344	11	19	45	63	0,45	0,63	0,18
345—354	9	6	54	69	0,54	0,69	0,15
355— 4	12	8	66	77	0,66	0,77	0,11
5— 14	12	8	78	85	0,78	0,85	0,07
15— 24	4	6	82	91	0,82	0,91	0,09
25— 34	4	0	86	91	0,86	0,91	0,05
35— 44	5	2	91	93	0,91	0,93	0,02
45— 54	3	0	94	93	0,94	0,93	0,01
55— 64	0	0	94	93	0,94	0,93	0,01
65— 74	0	4	94	97	0,94	0,97	0,03
75— 84	6	3	100	100	1,00	1,00	0,00

$$D = 1,358 \sqrt{\frac{200}{10000}} = 0,19$$

tej wyniku, że maksymalna różnica częstości skumulowanych wynosi 0,18, a zatem jest mniejsza od dopuszczalnej (0,19). Oznacza to, że obserwowane różnice między kierunkami spękań w obu rejonach mają charakter nieistotny.

Dla diagramów A i B przedstawionych na fig. 4 obliczona wartość  $D$  wynosi 0,16 (tab. 3), przy dopuszczalnej 0,12. Oznacza to, że mimo pozor-

Tabela 3

Klasa	Częstość		Częstości skumulowane				Różnica częstości skumulowanych
	Pomiary terenowe	Pomiary laboratoryjne	4A	4B	4A	4B	
0—9	101	3	101	3	0,08	0,02	0,06
10—19	85	6	186	9	0,15	0,06	0,09
20—29	60	1	246	10	0,20	0,07	0,13
30—39	42	4	288	14	0,23	0,10	0,13
40—49	39	3	327	17	0,26	0,12	0,14
50—59	75	8	402	25	0,32	0,18	0,14
60—69	48	3	450	28	0,36	0,20	0,16
70—79	38	7	488	35	0,39	0,25	0,14
80—89	24	6	512	41	0,41	0,29	0,12
90—99	25	2	537	43	0,43	0,30	0,13
100—109	48	3	585	46	0,47	0,32	0,15
110—119	40	3	625	49	0,50	0,34	0,16
120—129	26	6	651	55	0,52	0,38	0,14
130—139	27	2	678	57	0,54	0,40	0,14
140—149	32	2	710	59	0,57	0,41	0,16
150—159	19	4	729	63	0,59	0,44	0,15
160—169	16	2	745	65	0,60	0,46	0,14
170—179	18	5	763	70	0,62	0,50	0,12
180—189	35	6	798	76	0,65	0,54	0,11
190—199	27	7	825	83	0,67	0,59	0,08
200—209	28	2	853	85	0,69	0,60	0,09
210—219	22	8	875	93	0,71	0,66	0,05
220—229	18	1	893	94	0,72	0,67	0,05
230—239	30	1	923	95	0,74	0,68	0,06
240—249	24	4	947	99	0,76	0,71	0,05
250—259	28	3	975	102	0,78	0,73	0,05
260—269	18	5	993	107	0,79	0,77	0,02
270—279	15	1	1008	108	0,80	0,78	0,02
280—289	29	4	1037	112	0,82	0,81	0,01
290—299	22	1	1059	113	0,84	0,82	0,02
300—309	20	1	1790	114	0,86	0,83	0,03
310—319	20	10	1099	124	0,88	0,90	0,02
320—329	50	3	1149	127	0,92	0,92	0,00
330—339	36	4	1185	131	0,95	0,95	0,00
340—349	29	1	1214	132	0,97	0,96	0,01
350—359	43	5	1257	137	1,00	1,00	0,00

$$D = 1,358 \sqrt{\frac{1257+137}{172 \cdot 209}} = 0,12$$

nego podobieństwa obu diagramów, wyrażającego się obecnością głównych kierunków w podobnych przedziałach, różnice między nimi są istotne. Diagram 4A przedstawia kierunki zapadania spekań obserwowanych

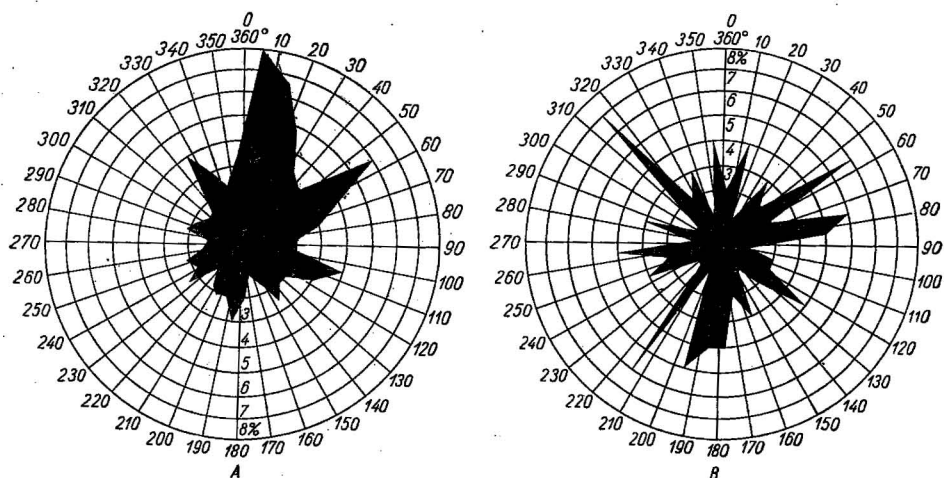


Fig. 4. Diagram kierunków zapadania spękań iłów poznańskich kop. Adamów  
 Diagram of directions of fracture dips of Poznań clays at the mine Adamów  
 A — na podstawie pomiarów terenowych; B — na podstawie pomiarów laboratoryjnych  
 A — on the basis of field measurements; B — on the basis of laboratory measurements

w iłach poznańskich kopalni Adamów, natomiast diagram 4B kierunki spękań ujawniających się przy ścinaniach zorientowanych próbek tych iłów w aparacie trójosiowym.

Stwierdzenie różnic między obu diagramami może być spowodowane:

- większym rozrzutem kierunków zapadania spękań obserwowanych w terenie,
- niemożliwością dokładnego zorientowania próbki przeznaczonej do badań laboratoryjnych,
- częściowym ścinaniem próbek po płaszczyznach wymuszonych, nie pokrywających się z płaszczyznami naturalnych spękań.

Kilkustopniowe przesunięcie poszczególnych maksimów na diagramie 4B w stosunku do 4A wskazuje naszym zdaniem na niedokładną orientację próbki w badaniach laboratoryjnych.

## WNIOSKI

Na podstawie omówionych przykładów można stwierdzić, że metoda wizualnego porównania diagramów spękań jest stosunkowo mało obiektywna i może prowadzić do fałszywych wniosków. Dlatego też należałoby zwrócić większą uwagę na statystyczne metody porównywań diagramów spękań.

Podkreślić jednak należy, że w każdym przypadku przy porównywaniu diagramów spękań operujemy rozkładami empirycznymi, sporządzonymi na podstawie stosunkowo niewielkiej ilości pomiarów (zwykle ponad 100, ale wyjątkowo więcej niż 1000), podczas gdy nie znamy rozkładu odzwierciedlającego rzeczywistość częstość spękań o różnej orientacji. W tej sytuacji wyciąganie wniosków o ewentualnych przyczynach różnic między diagramami na podstawie obliczeń statystycznych jest niemożliwe.

W przypadku omówionych wyżej diagramów spękań iłów krakowickich w kopalni Machów pojawienie się dodatkowego systemu spękań  $300^\circ$  widocznego na diagramie 2B może być tłumaczone jako wynik bądź to dużego rozrzutu pomiarów przy zbyt małej ich ilości, bądź też niedokładnego wykonania pomiarów, lub zbyt małej ilości pomiarów, by udowodnić istnienie dodatkowego systemu spękań było możliwe. Stwierdzenie, z którym z tych trzech przypadków mamy do czynienia, wykracza poza zakres możliwości interpretacji statystycznej.

Analogicznie przedstawiona wyżej interpretacja przyczyn zróżnicowania diagramów 2A i 2B nie wynika z rozważań statystycznych.

Rola statystyki ogranicza się tylko do stwierdzenia z określonym prawdopodobieństwem faktu czy dwie populacje próbne pomiarów różnią się między sobą w sposób istotny.

Katedra Geologii Kopalnianej  
Akademii Górniczo-Hutniczej  
Kraków, Al. Mickiewicza 30  
Nadesłano dnia 26 marca 1968 r.

## PIŚMIENNICTWO

- SADOWSKI W. (1957) — Tablice statystyczne. Warszawa.  
VOLK W. (1965) — Statystyka stosowana dla inżynierów. Warszawa.  
ВИСТЕЛЮС А. (1958) — Структурные диаграммы. Москва—Ленинград.  
КНОРИНГ Л., БЕЛОНИН М. (1964) — Критерии сравнения раздиаграмм. Тр. ВНИГРИ, вып. 228. Ленинград.  
УРБАХ А. (1963) — Математическая статистика для биологов и медиков. Москва.

Мареk НЕТЬ, Ядвига ЩЕПАНЬСКА

## СРАВНЕНИЕ ДИАГРАММ ТРЕЩИНОВАТОСТИ СТАТИСТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

### Резюме

Розы трещиноватости можно рассматривать как эмпирические статистические распределения, характеризующие расположение трещин в породе. Для сравнения таких распределений применяется тест  $\chi^2$  Пирсона и тест D Смирнова-Колмогорова.

Сравнение при помощи обоих тестов позволяет сделать объективный вывод о сходстве или различии рассматриваемых диаграмм.

Применение обоих тестов представлено на примере роз трещиноватости третичных глин (фиг. 2), составляющих кровлю залежи сены трещиноватости органодетритичных



известняков сармата (фиг. 3), а также диаграмм трещиноватости познанских глин, наблюдаемых в обнажениях и полученных из срезов по трем осям сориентированных образцов этих глин (фиг. 4).

Было подтверждено, что различие между диаграммами, представленными на фиг. 2 и 3, несущественно, зато различия диаграмм с фиг. 4 существенны. Анализ причин дифференцированности диаграмм превосходит возможности статистического метода.

---

Marek NIEĆ, Jadwiga SZCZEPAŃSKA

### COMPARISON OF FRACTURE DIAGRAMS BY MEANS OF STATISTICAL METHODS

#### Summary

Roses of fractures can be considered as empirical statistic distributions characterizing the arrangement of the fractures in the rock massif. To compare such distributions Person's  $\chi^2$  test and Smirnov-Kolmogorow's test D have been applied.

A comparison made by means of the tests allows us to judge objectively of similarity or differentiation of the diagrams under consideration.

The application of both tests is shown using the roses of fractures of the Tertiary clays (Fig. 2) that overlie the sulphur deposit, those of fractures of organo-detrital limestones of Sarmatian age (Fig. 3), and by means of diagrams of fractures of Poznańskie clays observed at the exposures, or obtained during three-axial shearing (Fig. 4).

It has been ascertained that the differences between the diagrams shown in Fig. 2 and Fig. 3 are of insignificant nature, whereas those observed in diagrams in Fig. 4 are essential. Any analysis of the reasons of this differentiation of the diagrams transcends the possibilities of statistical methods, however.